

CONCEPTOS DE METEOROLOGIA

**Apuntes para el curso de Meteorología
y Modelos de Difusión**

JORGE DE VICTORICA *

*** Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM**

PREFACIO

| | | |
|-----|--|----|
| 1. | ALGUNOS CONCEPTOS DE TERMODINAMICA Y DINAMICA DE LOS FLUIDOS | 1 |
| 2. | COMPOSICION Y ESTRUCTURA TERMICA DE LA ATMOSFERA | 13 |
| 2.1 | <i>Presión y temperatura en la troposfera</i> | 16 |
| 2.2 | <i>Aire húmedo</i> | 20 |
| 2.3 | <i>Estabilidad atmosférica</i> | 28 |
| 2.4 | <i>Temperatura potencial, Θ</i> | 33 |
| 2.5 | <i>Inversiones térmicas</i> | 39 |
| 2.6 | <i>Altura de la capa de mezcla, ACM</i> | 42 |
| 3. | MOVIMIENTO DEL AIRE EN LA ATMOSFERA | 45 |
| 3.1 | <i>Vientos en la capa geostrófica</i> | 48 |
| 3.2 | <i>Vientos en la capa planetaria</i> | 50 |
| 4. | REFERENCIAS | 59 |

PREFACIO

Estos apuntes se han escrito para servir como guía en el estudio de los temas que sobre meteorología se incluyen en el curso de *Meteorología y modelos de difusión* de la Maestría en Ingeniería Ambiental, en la DEPTI, UNAM. Su importancia radica en que no existe un texto que cubra adecuadamente dichos temas.

Se ha procurado cubrir algunos aspectos básicos de la termodinámica y de la dinámica de fluidos; tópicos relativos a la composición y estructura térmica de la atmósfera como capas de mezcla, estabilidad atmosférica y formación de inversiones térmicas; también se hace énfasis en temas relativos al movimiento del aire en la capa superficial terrestre y en los estratos superiores.

Los aspectos meteorológicos que se incluyen en estos apuntes, únicamente tienden a cubrir aquellos que son necesarios para comprender los fenómenos de difusión que ocurren en la atmósfera, pero de ninguna forma pretenden cubrir todos los temas que normalmente se estudian en los cursos de meteorología.

1. ALGUNOS CONCEPTOS DE TERMODINAMICA Y DINAMICA DE LOS FLUIDOS

Para determinar el comportamiento y características de la atmósfera es necesario hacer uso de algunos conceptos básicos; por ejemplo, de las leyes de la termodinámica que determinan el comportamiento de los gases, de los procesos termodinámicos a que estos pueden estar sujetos y de las leyes de la dinámica que gobiernan su movimiento en la atmósfera.

La ley general de los gases ideales constituye una de las herramientas fundamentales para determinar el comportamiento de los gases que componen la atmósfera, los cuales, debido a que se encuentran en un estado alejado de la condensación, se les puede tratar como gases ideales con buena aproximación. La expresión general de esta ley es

$$PV = n R T \quad (1.1)$$

donde

P presión absoluta

V volumen que ocupa el gas

n número de moles, definida como $\frac{m}{M}$ donde m es la masa del gas y M su peso molecular

T temperatura

R constante universal de los gases ($R = 8.134 \frac{\text{erg}}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{K}}$)

Asimismo, es bastante común expresar la ec 1.1 en las siguientes formas

$$P\bar{V} = RT \quad (1.2)$$

$$P = \rho R_P T \quad (1.3)$$

$$PV = m R_P T \quad (1.4)$$

$$Pv = R_P T \quad (1.5)$$

donde

v volumen específico, definido como $\frac{V}{M}$

\bar{V} volumen molar, definido como $\frac{V}{n}$

ρ densidad del gas, definida como $\frac{m}{V}$

m masa del gas

M peso molecular del gas

R_P constante particular del gas, definida como $\frac{R}{M}$; para el aire se

co, $R_P = 2.876 \times 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{K}}$

Otro criterio muy importante es la ley de Dalton, que permite establecer el concepto de presión parcial para designar la presión que ejerce un componente en una mezcla de gases.

Los resultados que originaron la ley de Dalton demuestran que la presión total que ejerce una mezcla de gases, es igual a la suma de las presiones que cada componente ejercería si se introdujeran en el mismo recipiente y a la misma temperatura; esto es

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \quad (1.6)$$

en la que

P_1, P_2, P_3, \dots , son las presiones parciales.

Para el componente i , de acuerdo con 1.1, la presión parcial queda definida como

$$P_i = n_i \frac{R T}{V} \quad (1.7)$$

Cuando se manejan mezclas de gases, se utilizan frecuentemente relaciones que expresan la fracción con la que cada componente contribuye a la mezcla total; por ejemplo, la fracción de presión, f_p , y la fracción molar, f_n , las cuales se definen como

$$f_p = \frac{P_i}{P} \quad (1.8)$$

y

$$f_n = \frac{n_i}{n} \quad (1.9)$$

De las ecs 1.1 y 1.7 se obtiene que

$$\frac{p_i}{P} = \frac{n_i}{n} \quad (1.10)$$

Que es muy utilizada en la solución a problemas que involucran mezclas de gases.

Otro concepto muy importante es la ley de Amagat, la cual establece que el volumen que ocupa una mezcla de gases lo constituye la suma de los volúmenes que ocuparían por separado en las mismas condiciones de presión y temperatura cada uno de los gases que integran la mezcla; esto es

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots \quad (1.11)$$

Se puede demostrar que la relación del volumen parcial que ocupa un integrante de la mezcla gaseosa al volumen total, es equivalente a la relación entre el número de moles que constituye el gas y el de moles totales presente en el sistema; esto es, la fracción volumétrica es equivalente a la fracción mol

$$\frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n} \quad (1.12)$$

Conforme las ecs 1.10 y 1.12, la fracción de presión es equivalente tanto a la fracción mol como a la volumétrica, es decir

$$\frac{P_i}{P} = \frac{n_i}{n} = \frac{V_i}{V} \quad (1.13)$$

Es importante señalar que aunque las relaciones presentadas hasta ahora definen el estado termodinámico de un sistema gaseoso ideal, también se pueden utilizar para definir el estado termodinámico de los gases que constituyen la atmósfera (sistema gaseoso real), con buenos resultados a condición de que no se encuentre saturada con vapor de agua.

Otra ecuación de estado que se aplica a problemas en los que el vapor de agua es un constituyente más del aire, es la de Clausius Clapeyron, que sirve para determinar la presión de vapor del agua en estado de saturación. Esta ecuación se expresa

$$e_s = 6.11 \exp \left(\frac{m_{H_2O} \lambda_v}{R_{P_{H_2O}}} \right) \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{T} \right) \quad (1.14)$$

donde

- e_s presión parcial del vapor de agua, en mb
- λ_v calor latente de vaporización del agua, en Cal/g,
- $R_{P_{H_2O}}$ constante particular del vapor de agua
- m_{H_2O} masa de vapor de agua

El comportamiento termodinámico de la atmósfera obedece a una serie de transformaciones energéticas, las cuales llevan al sistema de un estado termodinámico a otro, cumpliéndose así el principio de conservación de la energía, que conforme la primera ley de la termodinámica es

$$d q = d u + d w \quad (1.15)$$

donde

dq adición o sustracción de calor al sistema por unidad de masa
 du variación de la energía interna del sistema por unidad de masa
 dw trabajo de expansión o compresión que realiza el sistema por unidad de masa

Para un gas ideal resulta

$$d u = C_v d T \quad (1.16)$$

y

$$d w = P d v \quad (1.17)$$

Sustituyendo ambas en 1.15 se obtiene

$$d q = C_v d T + P d v \quad (1.18)$$

donde

C_v es el calor específico a volumen constante, el cual se define como

$$C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (1.19)$$

En forma similar, el calor específico a presión constante se define

$$c_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_p \quad (1.20)$$

así como la relación entre c_p y c_v

$$c_p - c_v = R_p \quad (1.21)$$

Ahora, al diferenciar la ecuación general del estado gaseoso (ec 1.5) resulta

$$p \, d v + v \, d p = R_p \, d T \quad (1.22)$$

Con esa ecuación y la 1.18 se obtiene

$$d q = (c_v + R_p) \, d T - v \, d p \quad (1.23)$$

o

$$d q = c_p \, d T - v \, d p \quad (1.24)$$

Como en un proceso adiabático se tiene $d q = 0$, o sea

$$c_p \, d T - v \, d p = 0 \quad (1.25)$$

Al combinar dicha ecuación con la 1.5 se obtiene la relación

$$\frac{C_p d T}{T} = \frac{R_p d P}{P}$$

la cual, por integración, se convierte en

$$T P^{-(R_p/C_p)} = T P^{(C_v/C_p-1)}$$

que una vez definida $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ resulta

$$T P^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte} \quad (1.26)$$

La ec 1.26 representa el comportamiento de un gas ideal durante un proceso adiabático.

Por otra parte, el movimiento del aire en la atmósfera obedece a leyes de la dinámica clásica de los fluidos, la cual se fundamenta en la ecuación de continuidad y en las de Navier Stokes, las que a su vez se basan en dos principios fundamentales de la física: la ley de la conservación de la masa y la segunda ley de Newton.

En forma diferencial, la ecuación de continuidad se expresa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial X_i} = 0 \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.27)$$

donde

ρ densidad del fluido

u_i componente i de la velocidad del fluido ($i = 1, 2, 3$ corresponden a las direcciones en los ejes coordenados x, y, z , respectivamente)

Cabe señalar que en la ec 1.27 se ha utilizado la notación tensorial de la suma de componentes, en la que esta se denota mediante la reiteración de subíndices en un término, por ejemplo

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial X_i} = \frac{\partial(\rho u_1)}{\partial X_1} + \frac{\partial(\rho u_2)}{\partial X_2} + \frac{\partial(\rho u_3)}{\partial X_3}$$

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} = u_1 \frac{\partial u_i}{\partial X_1} + u_2 \frac{\partial u_i}{\partial X_2} + u_3 \frac{\partial u_i}{\partial X_3}$$

$$i = 1, 2, 3$$

Ahora, para un fluido de densidad constante se tiene

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial X_i} = 0$$

por tanto, la ec 1.27 se reduce a la forma

$$\frac{\partial u_i}{\partial X_i} = 0 \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.28)$$

Las ecuaciones de Navier Stokes para un fluido incompresible son

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} = \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_K \partial X_K} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + f_i \quad (1.29)$$

donde

ν viscosidad cinemática del fluido

ρ densidad

P presión

f_i fuerzas externas por unidad de masa que actúan sobre el fluido

Los dos términos al lado izquierdo de la ec 1.29 representan la aceleración del fluido; conviene señalar que $u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j}$ se conoce como aceleración convectiva. En cuanto a los del lado derecho, el primero equivale a la influencia de la viscosidad sobre la aceleración del fluido, y el segundo a la aceleración provocada por gradientes de presión.

Si se toma en cuenta un fluido no viscoso, el término de viscosidad se anula y las ecuaciones de Navier Stokes dan origen a las de Euler

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + f_i \quad (1.30)$$

Por último, en caso de que se considere nula la aceleración del fluido en el eje X_3 , y que la única fuerza externa que actúe en esta dirección es la fuerza de la gravedad, g , la ec 1.30 queda

$$\frac{du_1}{dt} = \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial X_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial X_2} + u_3 \frac{\partial u_1}{\partial X_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_1} + f_1 \quad (1.31)$$

$$\frac{du_2}{dt} = \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial X_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial X_2} + u_3 \frac{\partial u_2}{\partial X_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_2} + f_2 \quad (1.32)$$

$$\frac{du_3}{dt} = 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_3} - g \quad (1.33)$$

La ec 1.33 comúnmente se conoce como ecuación hidrostática, pero si el fluido es aire, entonces se le denomina aerostática.

2. COMPOSICION Y ESTRUCTURA TERMICA DE LA ATMOSFERA

Las capas de aire que constituyen la atmósfera se pueden clasificar de diferentes maneras: por su temperatura, densidad y composición química, etc, sin embargo, desde el punto de vista de la dispersión de los contaminantes que se emiten a la atmósfera, la más importante se basa en su perfil térmico, como a continuación se indica (fig 2.1).

- a. Troposfera. Es la parte de la atmósfera que se extiende desde el nivel del suelo hasta una altitud de aproximadamente 15 km en el ecuador, y 10 km en los polos. La temperatura decrece con la altura en una relación promedio de $6.5^{\circ}\text{C}/\text{km}$.
- b. Estratosfera. Se prolonga desde la troposfera hasta una altitud de aproximadamente 50 km. En la parte baja de esta zona, llamada la tropopausa, la temperatura permanece más o menos constante, y luego se incrementa con la altitud debido a que el ozono absorbe radiaciones

de longitud de onda pequeña. En la parte superior de la estratosfera se alcanzan temperaturas del orden de 270°K.

- c. Mesosfera. Va desde los 50 km hasta los 85 km de altitud, en la cual la temperatura llega a ser del orden de 175°K (el punto más frío de la atmósfera).
- d. Termosfera. Es la capa superior que constituye a la atmósfera. En este sitio, la densidad molecular es del orden de 10^{13} moléculas/cm³ (al nivel del mar es de 10^{19} moléculas/cm³), y la temperatura excede los 1000°K.

Desde el punto de vista de la difusión y dispersión de los contaminantes en la atmósfera, la troposfera es la zona más importante, ya que es precisamente ahí donde se emiten los contaminantes e inician transporte y dilución. La zona la constituyen aire seco y agua en estado de vapor, el cual, como se verá adelante, juega un papel muy importante en el comportamiento de la atmósfera.

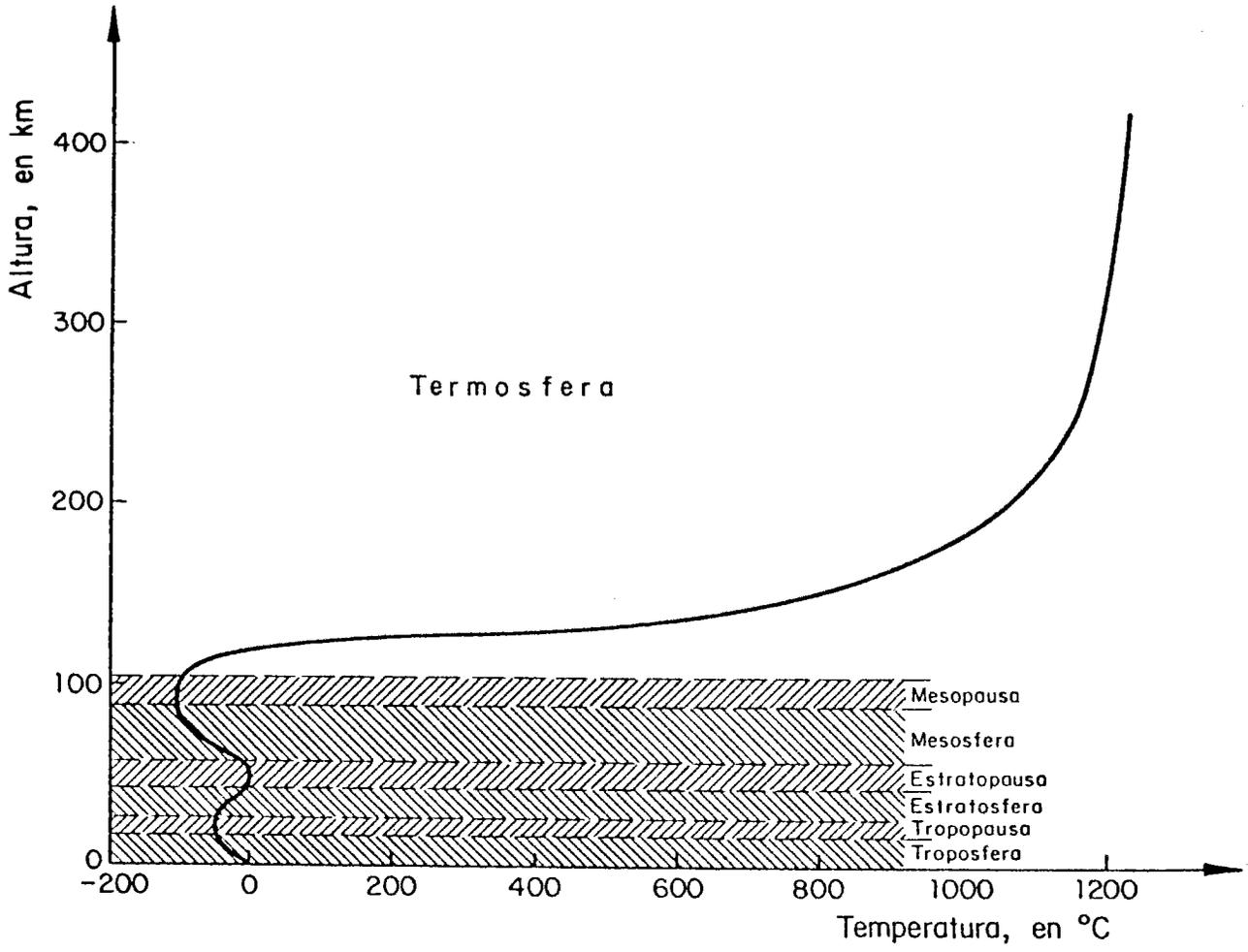


Fig 2.1 Perfil térmico de la atmósfera (ref 1)

La composición volumétrica promedio del aire seco al nivel del mar, se estima en

| Componente | Porcentaje |
|------------------|------------|
| N ₂ | 78.0840 |
| O ₂ | 20.9460 |
| Ar | 0.9340 |
| CO ₂ | 0.0315 |
| Ne | 0.0018 |
| H ₂ | 0.00052 |
| CH ₄ | 0.001962 |
| Kr | 0.00011 |
| N ₂ O | 0.00005 |
| He | 0.00005 |
| Xe | 0.000008 |

2.1 Presión y temperatura en la troposfera

La variación de la presión en la dirección vertical obedece aproximadamente al modelo aerostático (ec 1.33)

$$\frac{dP}{dZ} = -\rho g$$

donde

ρ es la densidad del aire, la cual depende de la presión y de la temperatura

Si se sustituye la ec 1.3 en la ecuación anterior, se obtiene

$$\frac{dP}{P} = \frac{g}{R_p T} dZ$$

la cual por integración entre los límites P_0 a P , y desde $Z = 0$ a Z , en la que P_0 es la presión de referencia, resulta

$$P = P_0 \exp \left\{ - \frac{g}{R_p} \int_{Z=0}^Z \frac{dZ}{T} \right\} \quad (2.1)$$

Para el caso en que $T = \text{cte}$, se tiene

$$P = P_0 \exp \left\{ - \frac{g}{R_p} \frac{Z}{T} \right\} \quad (2.2)$$

Sin embargo, es poco probable que la temperatura permanezca constante en la atmósfera, por lo que el caso que más interesa se refiere a una expresión para P cuando la función $T = T(Z)$ no se mantiene constante. Tal expresión se puede obtener a partir de la primera ley de la termodinámica en la forma de la ec 1.24, y la ecuación aerostática (1.33) como sigue

$$dq = C_p dT - v dp$$

Al dividir la ecuación anterior entre dZ

$$\frac{dq}{dZ} = \frac{C_p dT}{dZ} - \frac{v dP}{dZ}$$

de donde

$$\frac{dT}{dZ} = \frac{v}{C_p} \frac{dP}{dZ} + \frac{1}{C_p} \frac{dq}{dZ}$$

y sustituir la ecuación aerostática en la anterior

$$\frac{dT}{dZ} = - \frac{v \rho g}{C_p} + \frac{1}{C_p} \frac{dq}{dZ}$$

Como $v \rho = 1$, entonces

$$\frac{dT}{dZ} = - \frac{g}{C_p} + \frac{dq}{dZ} \frac{1}{C_p}$$

Considerando que el proceso es adiabático, $dq = 0$, resulta

$$\frac{dT}{dZ} = - \frac{g}{C_p} \quad (2.3)$$

o

$$\Gamma_a = - \frac{dT}{dZ} = \frac{g}{C_p} \quad (2.4)$$

Las ecs 2.3 y 2.4 definen la variación de la temperatura del aire seco cuando este asciende o desciende adiabáticamente; se les conoce como gradiente adiabático seco.

Ahora, si se integra la ec 2.4 entre los límites de T_0 a T y de $Z = 0$ a Z , donde T_0 es la temperatura de referencia, se obtiene una expresión para conocer la temperatura a cualquier altura Z en función del gradiente adiabático seco; esto es

$$T = T_0 - Z \Gamma_a \quad (2.5)$$

Por otro lado, si la ec 2.5 se sustituye en la 2.1, se obtiene una ecuación que relaciona la presión que ejerce el aire a cualquier altura en función de la temperatura y del gradiente adiabático seco

$$P = P_0 \exp \left\{ -\frac{g}{R_p} \int_{Z=0}^Z \frac{dZ}{T_0 - Z \Gamma_a} \right\} \quad (2.6)$$

La solución de la integral en la ecuación anterior es

$$\int_{Z=0}^Z \frac{dZ}{T_0 - Z \Gamma_a} = -\frac{1}{\Gamma_a} \ln \left(\frac{T_0 - Z \Gamma_a}{T_0} \right)$$

por lo que la ec 2.6 queda

$$P = P_0 \exp \left\{ \left(-\frac{g}{R_p} \right) \left[-\frac{1}{\Gamma_a} \ln \left(\frac{T_0 - Z \Gamma_a}{T_0} \right) \right] \right\}$$

o

$$P = P_0 \left(1 - \frac{Z \Gamma_a}{T_0} \right)^{\frac{g}{R_p \Gamma_a}} \quad (2.7)$$

Finalmente, si se sustituyen los valores de

$$g = 9.81 \times 10^{-3} \text{ km/s}^2$$

$$R_p = 2.876 \times 10^{-4} \text{ km}^2/\text{s}^2 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\Gamma_a = 9.86 \text{ } ^\circ\text{K/km}$$

en la ec. 2.7 se obtiene

$$P = P_0 \left(1 - \frac{9.86 Z}{T_0}\right)^{3.4594} \quad (2.8)$$

ecuación que describe la distribución de la presión en la atmósfera cuando el aire asciende o desciende adiabáticamente.

2.2 Aire húmedo

La magnitud de los procesos termodinámicos que ocurren en la atmósfera depende en gran medida del contenido de humedad que contenga; cuando el vapor de agua en el aire está lejos de la condensación, la mezcla aire seco-vapor de agua se maneja termodinámicamente como una combinación de gases ideales, con bastante precisión para los propósitos que aquí se persiguen.

El contenido de humedad en el aire se expresa de diferentes formas; una de ellas es la humedad relativa, la cual se define como

$$H_r = \frac{e}{e_s} \times 100 \quad (2.9)$$

donde

e presión parcial del vapor de agua

e_s presión de vapor del agua en estado de saturación como se define en la ec 1.14

Otra es mediante la razón de mezcla (R_m), definida como

$$R_m = \frac{m_w}{m_a} \quad (2.10)$$

en la que

m_w masa de vapor de agua

m_a masa de aire

Una más es con la ecuación

$$H_e = \frac{m_w}{m_w + m_a} \quad (2.11)$$

en la que

H_e es la humedad específica

Modificando la ec 2.11 y sustituyendo el resultado de 2.10, se obtiene la relación

$$\frac{1}{H_e} = 1 + \frac{1}{R_m} \quad (2.12)$$

Generalmente, el valor de R_m es pequeño; por ejemplo, para aire tropical marino $R_m \approx 25 \times 10^{-3}$ y para aire polar, $R_m \approx 5 \times 10^{-4}$; por esta razón, en la mayoría de los casos se considera que

$$H_e \approx R_m \quad (2.13)$$

La humedad del aire también se expresa como

$$H_a = \frac{m_w}{V_a + V_w} \quad (2.14)$$

en la que H_a es la humedad absoluta, y V_a y V_w los volúmenes parciales del aire seco y vapor de agua, respectivamente.

Como

$$V_T = V_a + V_w \quad (\text{volumen total})$$

entonces

$$H_a = \frac{m_w}{V_T} = \rho_v \quad (2.15)$$

en la que ρ_v es la densidad del vapor de agua.

Por otro lado, de acuerdo con la ec 1.3

$$e = R_{p_w} \rho_v T \quad \text{y} \quad R_{p_a} = \frac{R}{M_a}; \quad \text{en forma similar}$$

$$R_{p_w} = \frac{R}{M_w}$$

en las que

R_{p_w} y R_{p_a} son las constantes particulares para el vapor de agua y para el aire, respectivamente.

Combinando las relaciones anteriores, se obtiene otra expresión para de finir la humedad absoluta

$$e = \frac{M_a}{M_w} R_{p_a} \rho_v T \approx \frac{8}{5} R_{p_a} \rho_v T$$

Por tanto

$$\rho_v = \frac{0.622 e}{R_{p_a} T} = H_a \quad (2.16)$$

Asimismo, de la ec 2.10 se deduce que

$$R_m = \frac{\rho_v}{\rho_a} \quad (2.17)$$

Ahora, de acuerdo con la ley de Dalton, $P = e + P_a$, y como

$P_a = R_{p_a} \rho_a T$, entonces $P = e + R_{p_a} \rho_a T$. De esta ecuación se obtiene una expresión para la densidad del aire

$$\rho_a = \frac{P - e}{R_{p_a} T} \quad (2.18)$$

Sustituyendo las ecs 2.16 y 2.18 en la 2.17 se deduce otra expresión pa ra la razón de mezcla

$$R_m = \frac{0.622 e}{P - e} \quad (2.19)$$

Si se considera que $P \gg e$ (en la ecuación anterior el término

$P - e \approx P$, entonces

$$R_m \approx \frac{0.622 e}{P} \quad (2.20)$$

En forma similar, se obtiene una ecuación para la razón de mezcla en sa turación, R_s

$$R_s \approx \frac{0.622 e_s}{P - e_s} \quad (2.21)$$

en la que e_s está definida por la ecuación de Clausius Clapeyron (ec 1.14).

La aplicación de estas relaciones se ilustra con los siguientes ejemplos

Ejemplo 1

Determinense los valores de R_m , H_e , H_a y H_r si el contenido de vapor de agua en la atmósfera es de 2 por ciento en volumen a 0°C y 1 000 mb de presión.

Solución

Se determina la masa de agua y masa de aire tomando como base para los cálculos 1 m^3 de aire húmedo

de la ec 1.1:

$$n_T = \frac{PV}{RT} = \frac{0.9871 \text{ atm} \times 1 \text{ m}^3}{8.2 \times 10^{-5} \frac{\text{atm} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} \times 273 \text{ } ^\circ\text{K}} =$$

$$= 44.094 \text{ moles}$$

Con la ec 1.12 se determina la fracción molar de agua en el aire

$$n_i = \frac{V_i}{V} n_T = \frac{0.02 \text{ m}^3}{1 \text{ m}^3} \times 44.094 \text{ mol}$$

$$= 0.8818 \text{ moles de agua}$$

Luego la masa de agua es

$$m = n_i M = 0.8818 \text{ mol} \times 18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$= 15.874 \text{ g de agua}$$

Moles de aire

$$n_a = n_T - n_i = 44.094 - 0.8818$$

$$= 43.2126 \text{ moles de aire}$$

Masa de aire

$$m = 43.2126 \text{ mol} \times \frac{28.9 \text{ g}}{\text{mol}}$$

$$= 1248.84 \text{ g de aire}$$

Ahora, con la ec 2.10 se calcula la razón de mezcla

$$R_m = \frac{m_{H_2O}}{m_a} = \frac{15.874}{1\ 248.84} = 0.01271^*$$

y con la ec 2.11

$$\begin{aligned} H_e &= \frac{15.874}{15.874 + 1\ 248.84} \\ &= 0.01255 \frac{\text{g de vapor de agua}}{\text{g de aire húmedo}} \end{aligned}$$

Nótese que $H_e \approx R_m$ (ec 2.13)

De la ec 2.15

$$H_a = \frac{15.874}{1} = 15.874 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}; \text{ nótese que } H_a = \rho_{H_2O}(v)$$

H_r se obtiene con la ec 2.9 como sigue

$$H_r = \frac{e}{e_s} \times 100 \text{ (de acuerdo con la ec 2.9)}$$

$$e = R_{P_w} \rho_{H_2O}(v)^T \text{ (de acuerdo con la ec 1.3)}$$

$$R_{P_w} = \frac{8.2 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3 \text{-atm}}{\text{mol} \text{-}^\circ\text{K}}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 4.5 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3 \text{-atm}}{\text{g} \text{-}^\circ\text{K}}$$

$$e = 4.55 \times 10^{-6} \times 15.874 \times 273 = 1.97 \times 10^{-2} \text{ atm}$$

* La razón de mezcla también se puede estimar con la ec 2.20

Con la ec 1.14

$$e_s \Big|_{T=0^\circ\text{C}} = 4.58 \text{ mm Hg} = 6.026 \times 10^{-3} \text{ atm}$$

con lo que

$$H_r = \frac{1.97 \times 10^{-2}}{6.026 \times 10^{-3}} \times 100 = 3.2691 \times 10^2 \%$$

Ejemplo 2

Resuelva el siguiente problema

Si una gota de agua de diez micras de radio se evapora en aire seco dentro de un recipiente a una presión de 1 atm y 20°C, ¿qué volumen de aire seco deberá estar contenido en el recipiente para que la humedad relativa sea 80 por ciento?

Queda claro que el aire seco durante su ascenso se enfría adiabáticamente debido a la expansión que sufre (ec 2.4). Cuando se trata de aire húmedo sucede lo mismo, pero en menor magnitud por el calor latente que cede el vapor de agua a sus alrededores al condensarse; entonces, la variación de la temperatura con la altura en el caso de aire húmedo se expresa

$$\frac{dT}{dZ} = -\frac{g}{C_p} + \frac{\lambda}{C_p} \frac{dR_s}{dZ} \quad (2.22)$$

o en forma similar a la ec 2.4

$$\Gamma_h = \frac{g}{C_p} - \frac{\lambda}{C_p} \frac{dR_s}{dZ} \quad (2.23)$$

donde

Γ_h es el gradiente adiabático húmedo.

Algunos valores de Γ_h son

$$\Gamma_h \text{ para aire tropical cálido} \approx \frac{1}{3} \Gamma_a$$

$$\Gamma_h \text{ para aire polar} \approx \Gamma_a$$

2.3 Estabilidad atmosférica

El concepto de estabilidad atmosférica se refiere a la capacidad que tiene la atmósfera para suprimir o acrecentar los movimientos convectivos del aire, los que se originan principalmente por la presencia de gradientes térmicos, que se forman en las capas de la atmósfera cercanas a la superficie del suelo al calentarse el aire por la acción de las radiaciones solar y terrestre.

El grado de estabilidad atmosférica determina la intensidad de los procesos de mezclado y dilución de los contaminantes en el aire, por ello es importante evaluar esta propiedad de la atmósfera cuantitativamente.

El procedimiento para evaluarla consiste en comparar la magnitud del gradiente térmico, dT/dZ , que en un momento dado presenta la atmósfera, con

el gradiente adiabático seco, $\Gamma_a = 0.986 \text{ }^\circ\text{C}/100 \text{ m}$, como sigue

Estado de estabilidad
en la atmósfera

$$\frac{dT}{dZ} + \Gamma_a = 0 \quad \text{neutral}$$

$$\frac{dT}{dZ} + \Gamma_a > 0 \quad \text{estable}$$

$$\frac{dT}{dZ} + \Gamma_a < 0 \quad \text{inestable}$$

Ejemplo 1

La composición de la atmósfera (fracción volumétrica) de un planeta, es

$$H_2 = 0.86578, H_e = 0.13214, CH_4 = 0.00062, NH_3 = 0.00015, H_2O = 0.00102 \text{ y} \\ N_e = 0.00013.$$

Si la aceleración de la gravedad en ese planeta es $2\,500 \text{ cm/s}^2$ y el gradiente térmico de su atmósfera tiene, en un momento dado, un valor de $-9.86 \text{ }^\circ\text{K/km}$, determínese a qué tipo de estabilidad corresponde esta situación.

Solución

El gradiente adiabático seco se determina mediante la ec 2.4, y con

$\bar{C}_p = \sum C_{p_i} X_i$ se obtiene el valor medio del calor específico a presión constante.

En dicha expresión, X_i es la fracción volumétrica de los componentes de la atmósfera.

Ahora bien, los calores específicos molares de los componentes mencionados son

$$C_p \quad \frac{\text{Cal}}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\text{H}_2 \quad 6.6$$

$$\text{H}_e \quad 4.97$$

$$\text{CH}_4 \quad 8.64$$

$$\text{NH}_3 \quad 8.67$$

$$\text{H}_2\text{O} \quad 8.10$$

$$\text{N}_e \quad 4.97$$

con lo que se obtiene un calor específico molar medio de $6.3857 \frac{\text{Cal}}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}}$.

El peso molecular medio de la mezcla de gases que integran la atmósfera se calcula con la ecuación $\bar{M} = \sum M_i X_i$, en la que M_i es el peso molecular de cada componente.

De acuerdo con lo anterior

$$\bar{M} = 2.29355 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

por tanto

$$\bar{C}_p = 6.3865 \frac{\text{Cal}}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}} / 2.29355 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\bar{C}_p = 2.7842 \frac{\text{Cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 11\,649.37 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

El gradiente adiabático seco de esa atmósfera será

$$\Gamma_a = \frac{g}{\bar{C}_p} = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{11\,649.37 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot ^\circ\text{C}}}$$

$$\Gamma_a = 0.002146 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}} = 2.146 \frac{^\circ\text{C}}{\text{km}}$$

Con el criterio de estabilidad atmosférica dado en la página 28 resulta

$$\frac{dT}{dZ} + \Gamma_a = -9.86 + 2.146 = -7.714$$

por tanto, la atmósfera es inestable.

A partir de la definición anterior de *estabilidad atmosférica*, Pasquill (ref 2) efectuó una clasificación de ella, en la que considera siete categorías o clases de estabilidad atmosférica (tabla 2.1).

Como los servicios meteorológicos, generalmente no miden el gradiente térmico de la atmósfera, se ha desarrollado un método para determinar con suficiente aproximación las clases de estabilidad atmosférica. Consiste en obtener, primero, en la tabla 2.2 el índice neto de la radiación solar mediante los valores del ángulo de elevación solar, la fracción del cielo cubierto por las nubes y la altura a la que se encuentran; luego, en la tabla 2.3, con los valores de la velocidad del viento referida a 10 m de altura y el índice neto de la radiación solar, determinar las clases de estabilidad correspondiente.

El ángulo de elevación solar se obtiene mediante las ecuaciones (ref 3)

$$\alpha = \frac{180}{\pi} \sin^{-1} \left(\sin \psi \sin \theta + \cos \psi \cos \theta \cos \frac{\pi}{12} (h-12) \right) \quad (2.24)$$

$$\theta = 23.5 \frac{\pi}{180} \sin \frac{\pi}{180} (30 - (m-1) + d - 180) \quad (2.25)$$

donde

- α altitud solar, en grados
- θ declinación solar, en rad
- m mes del año, enero = 1, febrero = 2,...
- d día del mes
- h hora del día, tiempo local
- ψ latitud, en rad

Ejemplo 2

El boletín meteorológico de la Ciudad de México informa que el 20 de febrero, a las 15:00 h, el cielo estará despejado y que la velocidad del viento será 4 m/s medida a 10 m. Determinése cuál será la categoría de estabilidad atmosférica que se presentará en ese momento.

Solución

Con las ecs 2.24 y 2.25 se obtiene un valor para la altitud solar de 33° y en la tabla 2.2 el índice neto de radiación solar para un día despejado, que es de 2. En la tabla 2.3 se ve que para una velocidad del viento de 4 m/s y un índice de radiación solar igual a 2, la categoría de

estabilidad atmosférica correspondiente es C (ligeramente inestable)

TABLA 2.1 CLASIFICACION DE LA ESTABILIDAD ATMOSFERICA

| Categorías de Pasquill | Descripción general | Cambio de la temperatura con la altura, en °C/100 m |
|------------------------|--------------------------|---|
| A | Extremadamente inestable | < - 1.9 |
| B | Inestable | - 1.9 a - 1.7 |
| C | Ligeramente inestable | - 1.7 a - 1.5 |
| D | Neutral | - 1.5 a - 0.5 |
| E | Ligeramente estable | - 0.5 a 1.5 |
| F | Estable | 1.5 a 4.0 |
| G | Extremadamente estable | > 4.0 |

2.4 Temperatura potencial, θ

Se define como temperatura potencial la temperatura que adquiere una parcela de aire* seco cuando se lleva adiabáticamente desde su presión inicial hasta la presión de 1 000 mb**.

* Una parcela de aire es una masa hipotética de aire en la que se puede despreciar el intercambio de masa y de calor en sus alrededores. A medida que la parcela se eleva en la atmósfera, se expande para acomodarse en un lugar de baja presión, de tal forma que el intercambio de calor entre las fronteras de la parcela y sus alrededores no es perceptible, o sea la expansión es adiabática, por lo que conforme la parcela de aire se expande al ascender, su temperatura decrece; en consecuencia, la parcela y sus alrededores estarán a diferentes temperaturas, pero no a diferentes presiones.

** 1 atm = 1 013 mb

TABLA 2.2 VALORES DEL INDICE NETO DE RADIACION SOLAR

| Hora del día | Fracción nublada | Altura de cielo raso, en pies* | Indice neto de radiación para la altura solar indicada (α) | | | |
|--------------|------------------|--------------------------------|--|---------------|---------------|---------|
| | | | α ≤ 15° | 15° < α ≤ 35° | 35° < α ≤ 60° | α ≥ 60° |
| Noche** | N < 0.4 | | -2 | | | |
| Noche | 0.4 < N < 1 | | -1 | | | |
| Noche | N = 1.0 | A < 7000 | 0 | | | |
| Noche | N = 1.0 | A ≥ 7000 | -1 | | | |
| Día | N < 1.0 | A ≤ 16000 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Día | 0.5 < N < 1 | A < 7000 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| Día | 0.5 < N < 1 | 7000 ≤ A < 16000 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| Día | N = 1.0 | A ≤ 7000 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Día | N = 1.0 | 7000 ≤ A ≤ 16000 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| Día | N = 1.0 | A ≥ 16000 | 1 | 1 | 2 | 3 |

* El Servicio Meteorológico Nacional registra la altura de cielo raso en pies

** Noche se refiere al lapso entre una hora antes de la puesta del sol y una después de su salida

TABLA 2.3 VALORES DE LAS CLASES DE ESTABILIDAD ATMOSFERICA DE ACUERDO CON EL INDICE NETO DE LA RADIACION SOLAR

| Velocidad del viento, en m/s* | Clase de estabilidad atmosférica para el índice neto de la radiación solar indicado** | | | | | | |
|-------------------------------|---|---|---|---|---|----|----|
| | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 |
| < 1 | A | A | B | C | D | F | G |
| 1 - 2 | A | B | B | C | D | F | G |
| 2 - 3 | A | B | C | D | D | E | F |
| 3 | B | B | C | D | D | E | F |
| 4 | B | B | C | D | D | D | E |
| 4 - 5 | B | C | C | D | D | D | E |
| 5 | C | C | D | D | D | D | E |
| 6 | C | C | D | D | D | D | D |
| > 6 | C | D | D | D | D | D | D |

* Adaptación libre al sistema MKS

** El índice neto de la radiación solar se obtiene de la tabla 2.2

De acuerdo con la ec 1.26 se tiene que $TP^{1-\gamma/\gamma} = \text{cte}$

Si T es la temperatura potencial θ a $P_0 = 1\ 000\ \text{mb}$, resulta

$$TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \theta P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (2.26)$$

o

$$\theta = T (P_0/P)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Entonces, para el aire seco, $\gamma \approx 0.285$

$$\theta \approx T \left(\frac{1\ 000}{P}\right)^{0.285} \quad (2.27)$$

Asimismo, como se verá a continuación, la magnitud de la variación de la temperatura potencial θ con la altura, permite conocer la clase de estabilidad atmosférica.

Al considerar la ec 2.26, se puede ver que

$$\ln \theta = \ln T - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \ln \left(\frac{P}{P_0}\right)$$

la cual, por diferenciación, da

$$\frac{d\theta}{\theta} = \frac{dT}{T} - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \frac{dP}{P}$$

Si se divide la última ecuación entre dZ , se obtiene

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dZ} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dZ} - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right) \frac{1}{P} \frac{dP}{dZ} \quad (2.28)$$

Ahora, de acuerdo con el modelo aerostático (ec 1.33) resulta

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dZ} = - \frac{\rho g}{P} = - \frac{\rho g}{\rho R_p T} = - \frac{g}{R_p T} \quad (2.29)$$

y conforme las definiciones de

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad \text{Y} \quad R_p = C_p - C_v$$

se obtiene

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{R_p}{C_p} \quad (2.30)$$

Al sustituir las ecs 2.29 y 2.30 en la 2.28 se obtiene

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dZ} = \frac{1}{T} \frac{dT}{dZ} + \frac{g}{C_p T} \quad (2.31)$$

y como $\frac{g}{C_p} = \Gamma_a$, finalmente se llega a

$$\frac{d\theta}{dZ} = \frac{\theta}{T} \left(\frac{dT}{dZ} + \Gamma_a \right) \quad (2.32)$$

Además, si se considera que para alturas del orden de los 100 m $\theta \approx T$ se tiene que

$$\frac{d\theta}{dZ} \approx \frac{dT}{dZ} + \Gamma_a \quad (2.33)$$

Para alturas menores de los 100 m, la temperatura potencial se obtiene de integrar la ecuación anterior, con lo cual queda la expresión

$$\theta = T + \Gamma_a Z \quad (2.34)$$

De acuerdo con la ec 2.32, otra forma de definir la estabilidad de la atmósfera, es

$$\frac{d\theta}{dZ} = 0 \quad , \quad \text{la atmósfera es neutral}$$

$$\frac{d\theta}{dZ} < 0 \quad , \quad \text{la atmósfera es inestable}$$

$$\frac{d\theta}{dZ} > 0 \quad , \quad \text{la atmósfera es estable}$$

En forma gráfica, lo anterior sería (fig 2.2)

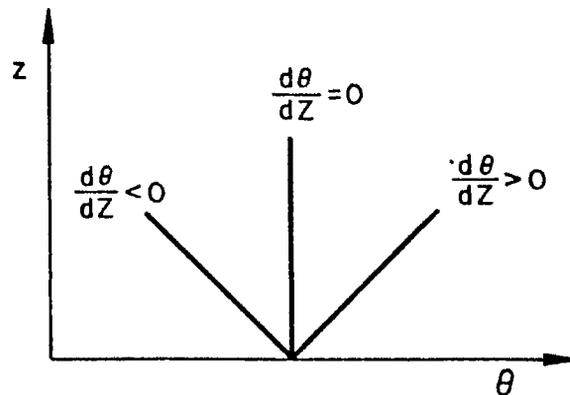


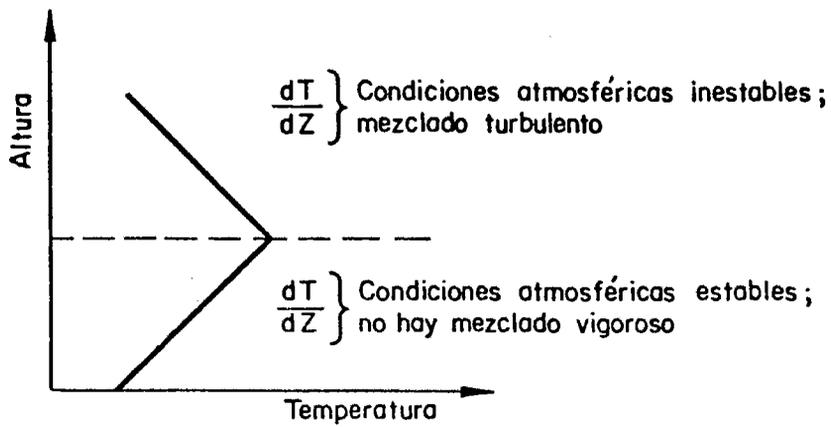
Fig 2.2

2.5 Inversiones térmicas

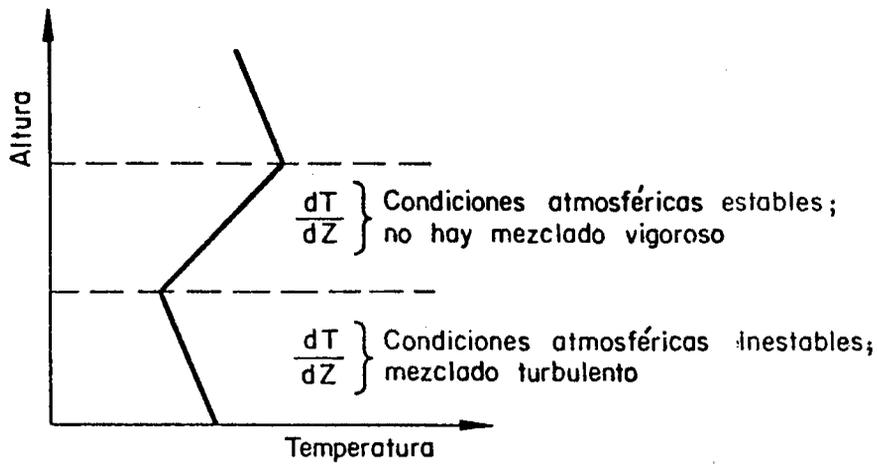
Se dice que existe una inversión térmica cuando el gradiente de temperatura, $\frac{dT}{dz}$, en la atmósfera, adquiere un valor positivo, o sea cuando la temperatura, en lugar de decrecer con la altura, aumenta. El fenómeno es de suma importancia, principalmente en la troposfera (lugar donde se emiten los contaminantes), debido a que esta situación origina condiciones atmosféricas sumamente estables que inhiben la dispersión de los contaminantes.

Las inversiones térmicas pueden ser de dos tipos, superficiales y elevadas. Las primeras se caracterizan porque el valor positivo del gradiente térmico se extiende desde la superficie del suelo hasta una altura determinada. Este tipo de inversión térmica se presenta en general durante las noches, sobre todo cuando el cielo está despejado; su origen es la pérdida de calor por radiación del suelo. Cuando sale el sol, y conforme se calienta el suelo dando lugar a condiciones atmosféricas inestables, la inversión empieza a cambiar. El fenómeno anterior se conoce como inversión nocturna.

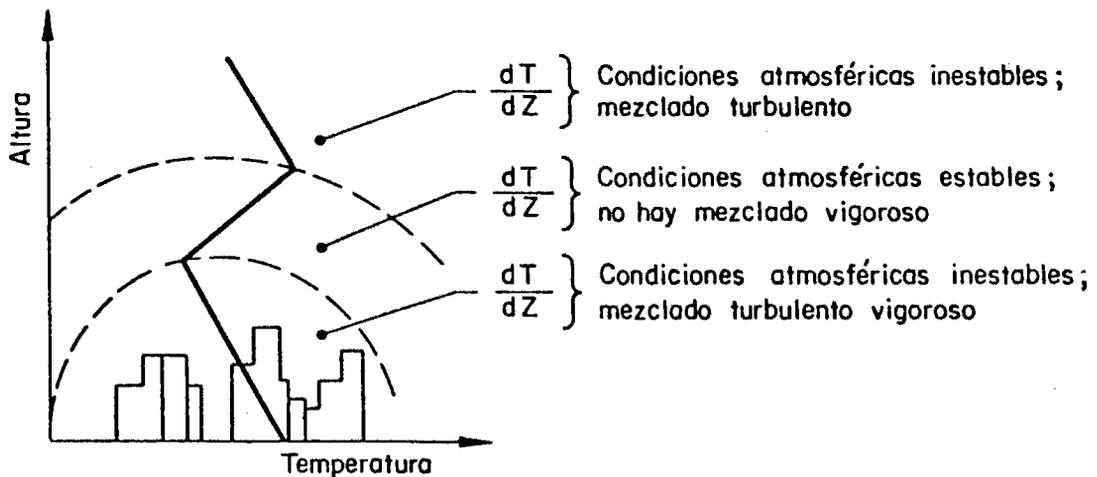
El segundo tipo de inversiones térmicas se tipifica porque el valor positivo del gradiente térmico se presenta a partir de cierta altura sobre la superficie del suelo. Este tipo de inversiones se puede originar por diferentes motivos; por ejemplo, cuando una masa de aire caliente se desplaza sobre una de aire frío se crea una inversión térmica; también sucede cuando al descender el aire se comprime, resultando un aumento en su temperatura, lo cual da origen a una inversión elevada.



a) Inversiones térmicas nocturnas



b) Inversiones térmicas elevadas



c) Inversiones térmicas elevadas (efecto de la isla de calor)

Fig 2.3 Esquema conceptual de las inversiones térmicas

Aunque este tipo de inversiones se presenta en las grandes ciudades, su origen se asocia a los efectos causados, por lo que se conoce como *isla de calor*, la cual no es otra cosa que el resultado de la absorción de la radiación solar por las construcciones, superficies urbanas y las actividades que en ellas se realizan.

El fenómeno, origina que en las primeras horas de la mañana se tengan condiciones atmosféricas inestables en las capas próximas al suelo, y estables en las capas superiores, lo que da lugar a la inversión térmica elevada. Dicha situación limita la dispersión de los contaminantes, quedando atrapados en la atmósfera de la ciudad hasta que sale el sol y empieza a calentar las capas superiores de aire, con lo cual eventualmente se rompe la inversión térmica elevada (fig 2.3).

Resulta importante aclarar que cuando hay una inversión térmica se tienen condiciones atmosféricas estables; sin embargo, no implica que siempre que se tengan condiciones atmosféricas estables, haya una inversión térmica. Lo anterior sería, por ejemplo, el caso de una atmósfera isotérmica, como se ilustra en la fig 2.4.

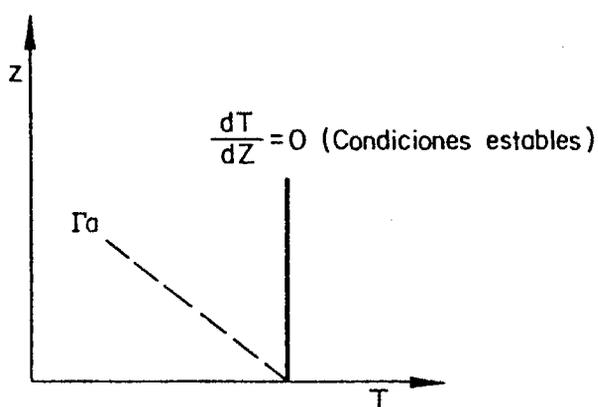


Fig 2.4

2.6 Altura de la capa de mezcla, ACM

Se define como altura de la capa de mezcla, ACM, el espesor de la capa de aire más próxima a la superficie de la Tierra, donde el aire se mezcla vigorosamente debido a sus movimientos turbulentos.

Esta turbulencia es provocada por vórtices convectivos que se forman principalmente como consecuencia del calentamiento del aire al ponerse en contacto con la superficie del suelo. Durante la noche, dicho calentamiento es significativo, básicamente en las zonas urbanas, donde por el efecto de la isla de calor, se genera una capa de mezcla con un espesor que puede alcanzar algunos cientos de metros.

Dentro de la capa de mezcla, la atmósfera se caracteriza por su inestabilidad; es decir, presenta una estructura térmica con un gradiente de temperatura inferior al adiabático seco, Γ_a . Cuando el gradiente de temperatura en la capa de aire más próxima a la superficie de la Tierra es mayor que Γ_a , se tendrán condiciones atmosféricas estables; por consiguiente, para este caso, no se define el concepto de capa de mezcla.

Dentro de una región geográfica, la altura de la capa de mezcla presenta variaciones temporales notables, las cuales influyen en forma significativa en los niveles de la calidad del aire de la región. Así, las fluctuaciones diurnas de la ACM, que adquieren su valor máximo después de medio día y el mínimo poco antes de la salida del sol, coinciden sensiblemente con los niveles de contaminación mínimos y máximos, respectivamente.

La medición de la ACM se efectúa en forma indirecta mediante mediciones rutinarias del perfil térmico de la atmósfera obtenido por un radiosondeo. Debido a que las estaciones meteorológicas que realizan los radiosondeos, usualmente se localizan en los aeropuertos, y estos, a su vez, en las áreas rurales próximas a las urbanas, es necesario para estimar la ACM mínima en estas últimas, ajustar los datos a las condiciones de mayor temperatura características de las regiones no rurales; para ello se suman 5°C a la temperatura mínima del día. En el caso de la ACM máxima, no se hace la corrección anterior, debido a que como se presenta usualmente después de medio día, la diferencia de temperaturas de las regiones rurales y urbanas se hace despreciable.

De acuerdo con lo anterior, para obtener la ACM mínima se suman 5°C a la temperatura mínima del día y se asciende adiabáticamente (fig 2.5) hasta intersecar el perfil del radiosondeo observado a las 12:00 Z*. Asimismo, la ACM máxima se calcula en forma similar a la anterior, excepto que el ascenso adiabático se efectúa a partir de la temperatura máxima superficial registrada durante el día.

Z* se refiere a la hora del meridiano de Greenwich

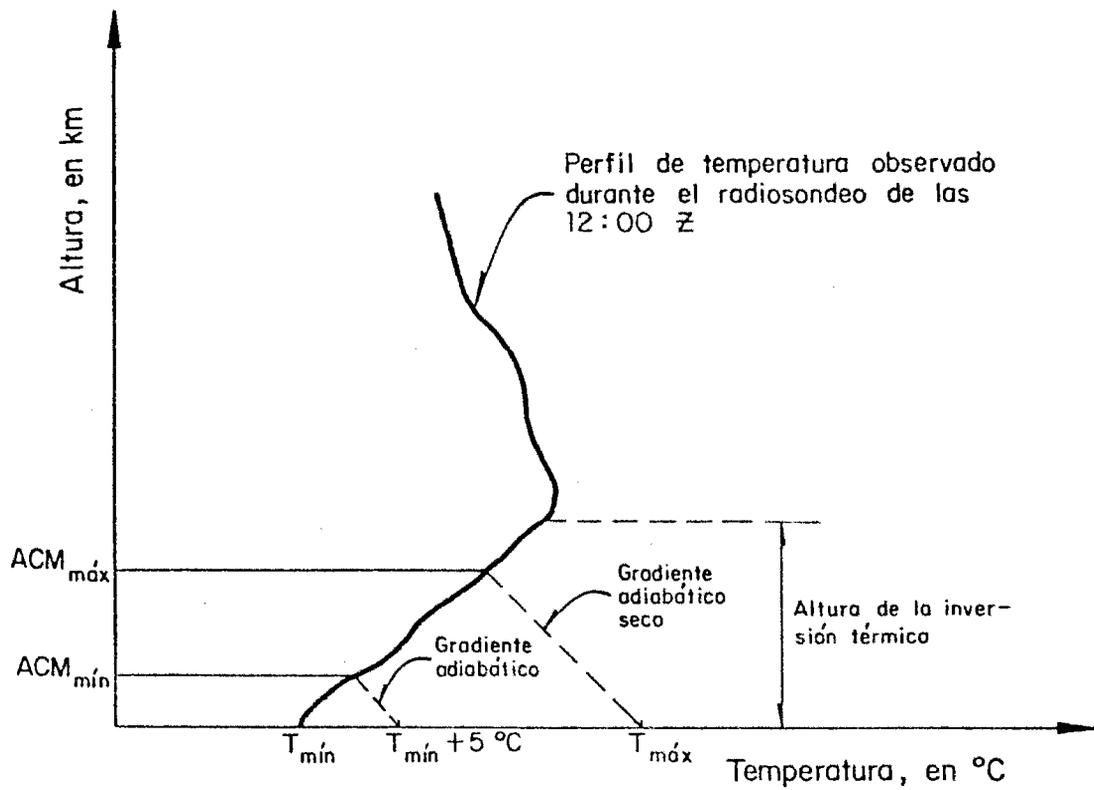


Fig 2.5 Cálculo de la altura de capa de mezcla (ACM) máxima y mínima

3. MOVIMIENTO DEL AIRE EN LA ATMOSFERA

Desde el punto de vista del movimiento del aire, conviene clasificar la atmósfera inferior de la Tierra en dos capas de aire: la planetaria y la geostrófica. La primera se extiende desde la superficie de la Tierra hasta una altura de aproximadamente 500 m; se caracteriza porque el movimiento del aire es gobernado principalmente por las fuerzas de fricción, gradientes de presión y, en menor proporción, por la fuerza de Coriolis. La segunda se localiza sobre la capa planetaria; se distingue por la reducida influencia que ejerce la fuerza de fricción en el movimiento del aire, comparada con la fuerza de Coriolis y la generada por gradientes de presión.

La fuerza de Coriolis, igual que la centrífuga, es de tipo inercial o *ficticia*; esto es, surge únicamente cuando el sistema de referencia que se utiliza para describir el movimiento de un cuerpo se encuentra acelerado.

En el caso de la fuerza de Coriolis, basta con saber, para los propósitos que aquí se persiguen, que esta actúa en dirección perpendicular al movimiento de los cuerpos siempre y cuando actúen dentro de un marco de referencia que tenga movimiento de rotación; por ejemplo, la Tierra constituye un sistema de referencia que gira con una velocidad angular $w = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \text{ h}}$, por tanto, si un proyectil se lanza desde el polo Norte en dirección de un punto A situado sobre el ecuador, un observador se percataría de que el proyectil se desvía hacia la derecha del movimiento de este, impactándose en el punto B y no en A como se muestra en la fig 3.1; sin embargo, para un observador en un punto fijo en el espacio (sistema no acelerado), el proyectil no se habrá desviado en absoluto, sino que, debido a la rotación de la Tierra, el punto A se habrá desplazado hacia la izquierda del movimiento del proyectil, de tal manera que B viene a ocupar el lugar en el espacio que antes tenía A, dando la impresión al observador en el planeta, que el proyectil ha sido desviado por una fuerza.

Como se mencionó, la fuerza de Coriolis actúa perpendicular al movimiento de los cuerpos hacia la derecha del desplazamiento de estos; en cambio, en el hemisferio sur, es hacia la izquierda del movimiento (fig 3.1).

Así como la fuerza de Coriolis actúa en un proyectil lanzado desde la Tierra, también lo hace sobre una parcela de aire que se mueve. Su efecto en la circulación general de la atmósfera terrestre puede entenderse mejor si se considera el patrón de circulación que estaría presente en el planeta si este no girara sobre su eje. En la fig 3.2a se muestra dicho patrón, conocido como *patrón de las tres celdas de Hadley*.

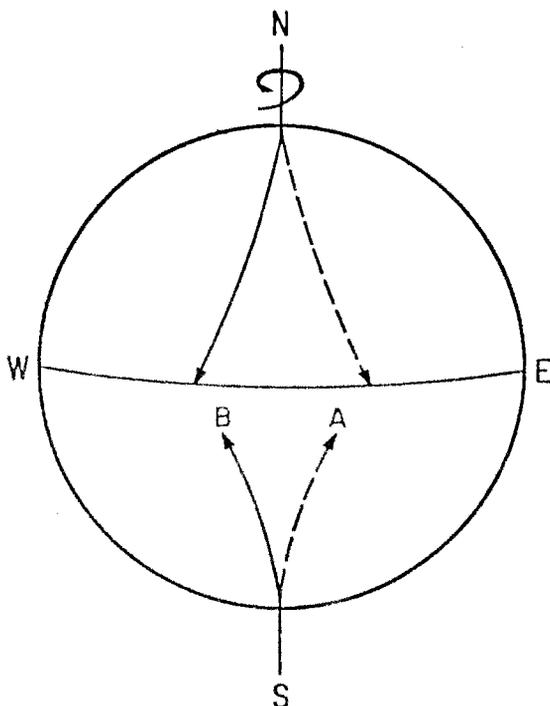


Fig 3.1 Efecto de la fuerza de Coriolis en el movimiento de un proyectil

En el ecuador, debido a la gran cantidad de energía térmica que incide sobre esa zona, el aire tropical cálido asciende y se enfría al dirigirse tanto al hemisferio norte como al hemisferio sur, para después descender sobre latitudes de aproximadamente 30° norte y sur; latitudes donde se localizan las zonas desérticas. Asimismo, el aire que ha ascendido desde las regiones templadas se enfría por radiación y desciende sobre las zonas polares.

Debido a la rotación de la Tierra, la fuerza de Coriolis desvía las corrientes de aire descritas, de manera que en el hemisferio norte se dirigen hacia la derecha del movimiento, mientras que en el hemisferio sur hacia la izquierda, dando lugar al patrón de circulación general de la atmósfera que se muestra en la fig 3.2b.

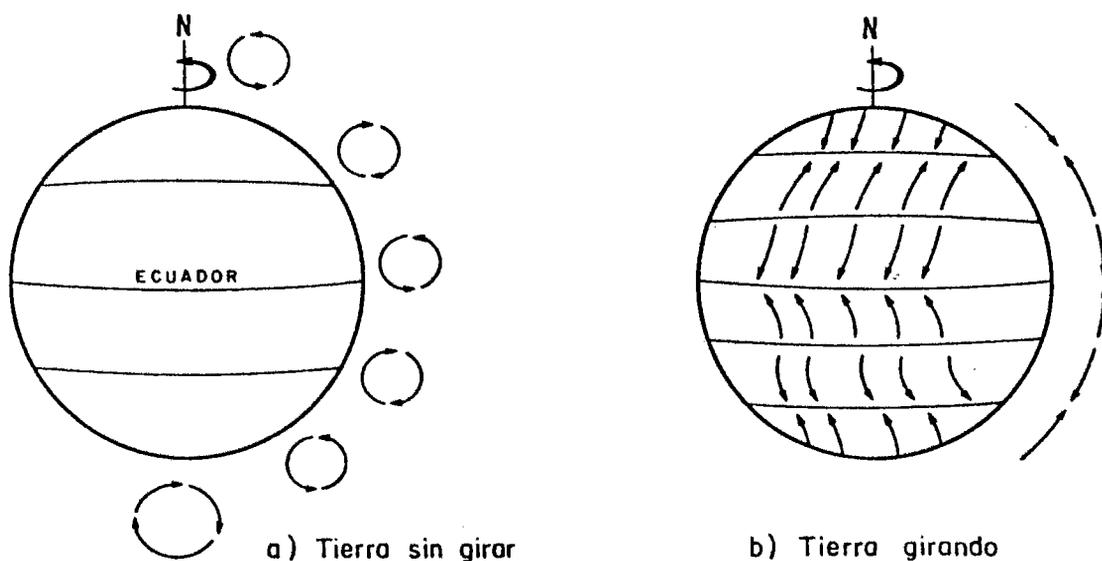


Fig 3.2 Diagrama esquemático de la circulación de la atmósfera

3.1 Vientos en la capa geostrófica

Dentro de la capa geostrófica, es una buena aproximación suponer que el fluido es no viscoso, de manera que las ecuaciones que describen el movimiento de dicho fluido son, junto con la continuidad, las de Euler (ecs 1.31). Si se considera que además de la fuerza de gravedad, la única fuerza externa por unidad de masa que actúa sobre el fluido, es la de Coriolis, la cual se puede expresar como $\vec{F}_c = -2(\vec{\Omega} \times \vec{v})$, donde Ω es la velocidad angular de la Tierra y \vec{v} la velocidad del fluido, y si se supone despreciable el componente vertical de la velocidad del fluido (lo cual es una buena aproximación a grandes alturas), se tiene que, en estado estacionario, las ecuaciones de continuidad y de Euler son

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + F_{c_x} \\
 u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + F_{c_y} \\
 w &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + F_{c_z}
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

Ahora bien, considerando un sistema de referencia fijo en la Tierra, con el eje horizontal x señalando la dirección este, el eje horizontal y , la dirección norte y el eje z hacia la dirección perpendicular a la superficie del planeta, se puede mostrar que los componentes x , y y z de la fuerza de Coriolis son

$$\begin{aligned}
 F_{c_x} &= 2 \Omega v \sin \alpha \\
 F_{c_y} &= -2 \Omega u \sin \alpha \\
 F_{c_z} &= 2 \Omega u \cos \alpha
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

en donde α es la latitud terrestre.

Si además de lo anterior se considera que el vector de velocidad se orienta en el sentido del eje x ; esto es, $v = 0$, se tiene que $\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0$, y de la ecuación de continuidad $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$

$$2 \Omega u \sin \alpha = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}
 \tag{3.4}$$

lo que muestra un balance de fuerzas entre la de Coriolis y la generada por el gradiente de presión $\frac{\partial P}{\partial y}$.

La velocidad que adquiere el viento con dicho balance de fuerzas, se denomina viento geostrófico u_g y está dado por

$$u_g = \frac{\partial P / \partial y}{2 \rho \Omega \sin \alpha} \quad (3.5)$$

Es importante hacer notar que la dirección del viento geostrófico es en el sentido de las isobaras y no perpendicular a estas. En la fig 3.3 se muestra el equilibrio geostrófico que adquiere una parcela de aire que se acelera a partir del reposo por el gradiente de presión.

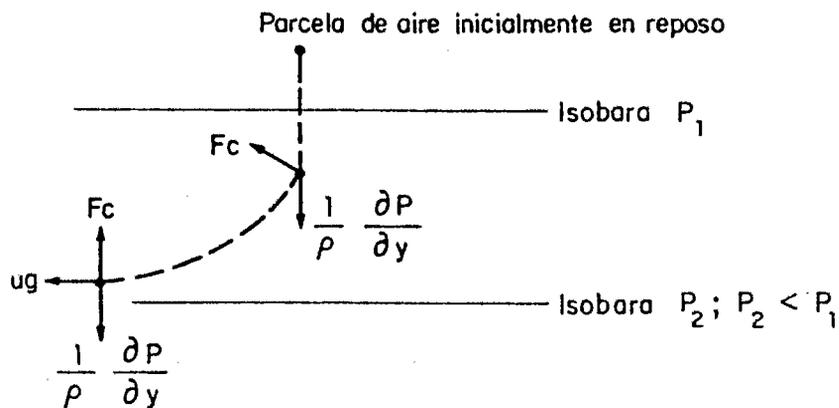


Fig 3.3

3.2 Vientos en la capa planetaria

La capa planetaria es desde el punto de vista del fenómeno de contaminación atmosférica, la que más interesa estudiar por ser en ella donde concentra la mayoría de estos contaminantes.

En la capa planetaria, la fuerza de fricción que se origina al moverse el aire sobre la superficie del suelo promueve la formación de un gradiente vertical en la velocidad del viento, cuyo efecto es reducir la magnitud de la fuerza de Coriolis que actúa sobre las parcelas de aire que se mueven más próximas al suelo.

Lo anterior tiene como consecuencia que el ángulo entre la dirección del viento y las isobaras se incrementa, desplazándose la dirección del viento en el sentido del gradiente de presión, formándose un gradiente vertical, el cual recibe el nombre de *espiral de Ekman* (fig 3.4).

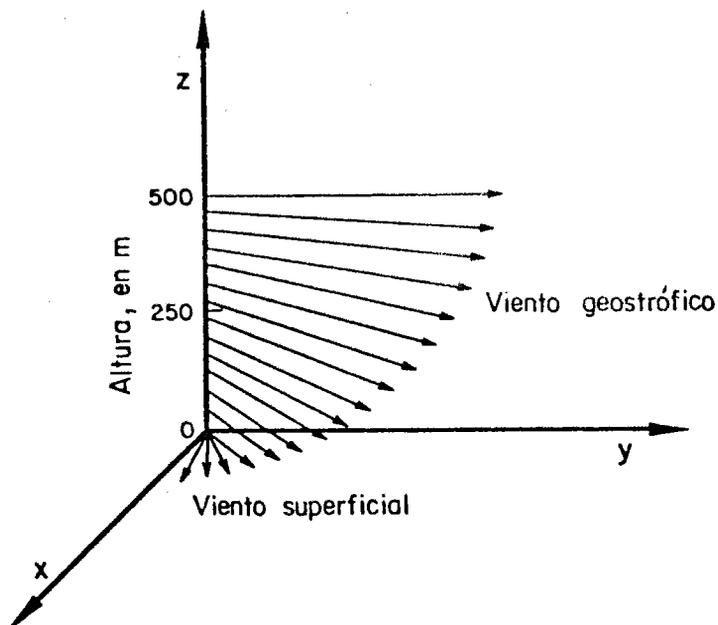


Fig 3.4

La magnitud del gradiente de la velocidad y dirección del viento depende de la rugosidad de la superficie sobre la cual sopla este, por ejemplo, si es de alta rugosidad, como la que caracteriza a las zonas urbanas, la velocidad del viento a una altura de 10 m (la que se considera como viento superficial) puede corresponder al 50 por ciento del geostrófico y el ángulo entre el viento superficial y las isobaras de 45° .

Uno de los aspectos que es necesario cuantificar al emplear modelos de dispersión de los contaminantes en la atmósfera, es el que se refiere a la variación de la velocidad del viento con la altura. El análisis teórico de este fenómeno es complejo; sin embargo, se puede simplificar si se restringe a la capa de aire comprendida entre los primeros 50 m de altura (llamada superficial), donde los flujos turbulentos de calor y momento son constantes con respecto a la altura.

Para el desarrollo teórico de la variación de la velocidad del viento con la altura, conviene segmentar en dos la capa superficial turbulenta. La primera tiene unos cuantos centímetros de espesor y el flujo es laminar; en la segunda, la cual se localiza adyacente a la primera, el flujo es turbulento.

En la capa superficial laminar, el esfuerzo cortante $\tau = \tau_0$ es independiente de la altura, por consiguiente, como $\tau_0 = \mu \frac{du}{dz}$, de acuerdo con los fluidos newtonianos se establece que el gradiente de velocidad $\frac{du}{dz}$ es constante. Esto implica que la velocidad del viento en dicha capa se distribuye en forma lineal con la altura, como sigue

$$u(z) = \frac{U}{Z} z \quad (3.6)$$

donde se ha considerado que $u(z = 0) = 0$ y U es la velocidad a la altura Z .

En la capa superficial turbulenta tanto τ como $\frac{du}{dZ}$ no permanecen constantes al variar la altura. Para obtener la forma de la variación de la velocidad del viento con la altura en esta capa de aire, hay que recurrir al análisis dimensional.

Si se considera una atmósfera neutral, el término $\frac{du}{dZ}$ debe ser función únicamente de ν , ρ , Z y τ_0 ; por tanto, se tiene una relación funcional de la forma

$$F\left(\frac{du}{dZ}, \nu, \rho, Z, \tau_0\right) = 0 \quad (3.7)$$

Al considerar tres dimensiones fundamentales (longitud, masa y tiempo) y existir en la relación 3.7 cinco variables físicas, el teorema π de Buckingham establece que dicha relación se puede reducir a

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0 \quad (3.8)$$

donde π_1 y π_2 representan dos grupos adimensionales independientes.

El teorema no indica cuáles son estos grupos, sino solamente el número de ellos, por lo que es posible, con base en el conocimiento aproximado de las características del fenómeno, establecerlos con alguna libertad como sigue

$$\pi_1 = \frac{du}{dZ} \frac{Z}{u_*} \quad \pi_2 = \frac{Zu_*}{\nu} \quad (\text{No de Reynolds})$$

donde $u_* = \sqrt{T_0/\rho}$, y se denomina velocidad de fricción.

Al sustituir estos valores de π_1 y π_2 en la relación 3.8, y despejar $\frac{du}{dZ}$ se obtiene

$$\frac{du}{dZ} = \frac{u_*}{Z} g\left(\frac{Zu_*}{\nu}\right) \quad (3.9)$$

que es hasta donde el análisis dimensional permite llegar.

Por otra parte, nótese que para alturas $Z > 100$ cm y los siguientes valores típicos de u_* y ν : $u_* = 100$ cm/s, $\nu = 0.1$ cm/s, se tiene

$$\frac{Zu_*}{\nu} \approx 10^5$$

lo cual indica que el flujo es turbulento.

Como a esta altura, $\frac{du}{dZ}$ debe ser independiente de ν , se puede ignorar su dependencia con $\frac{Zu_*}{\nu}$

$$g\left(\frac{Zu_*}{\nu}\right) = \text{cte} = \frac{1}{K}; \quad K = 0.4 \quad (\text{constante de Von Karman})$$

por tanto, de la ec 3.9 se concluye que

$$\frac{du}{dZ} = \frac{u_*}{K} \frac{1}{Z} \quad (3.10)$$

Integrando esta ecuación con $u = 0$ en $Z = Z_0$ resulta

$$u = \frac{u_*}{K} \ln (Z/Z_0), \quad Z_0 \leq Z < \sim 50 \text{ m} \quad (3.11)$$

donde Z_0 se conoce como parámetro de rugosidad, el cual está relacionado con la altura de los elementos que forman la rugosidad del suelo. Algunos valores típicos de Z_0 para diferentes superficies son

| Tipo de superficie | Z_0 , en cm |
|--------------------|---------------|
| Hielo | 0.001 |
| Nieve | 0.005 |
| Arena | 0.03 |
| Pasto de 5 cm | 1 - 2 |

La ec 3.11 recibe el nombre de ley logarítmica de la distribución de la velocidad del viento; es válida únicamente dentro de la capa superficial y cuando la atmósfera se considera neutral. Para condiciones ligeramente estables o ligeramente inestables se puede demostrar que

$$u = \frac{u_*}{K} \ln (Z/Z_0) + \frac{\alpha(Z - Z_0)}{L} \quad (3.12)$$

donde $\alpha \approx 3$ y L es el parámetro de estabilidad de Monin Obukhov, el cual da una medida de la estabilidad atmosférica dentro de la capa superficial en la forma siguiente

| | |
|-------------------|-----------|
| $\frac{1}{L} > 0$ | estable |
| $\frac{1}{L} = 0$ | neutral |
| $\frac{1}{L} < 0$ | inestable |

En la fig 3.5 se muestra la variación de u con la altura de acuerdo con las ecs 3.11 y 3.12.

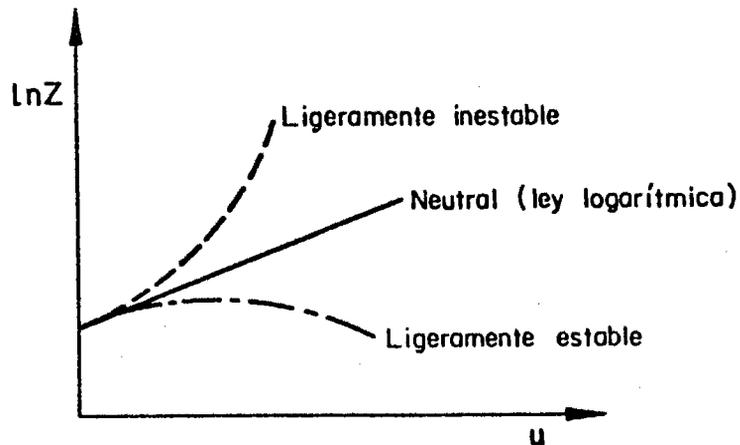


Fig 3.5

Por último, es muy importante hacer mención de la siguiente fórmula, la cual se utiliza en la práctica con bastante frecuencia; se denomina ley potencial de distribución de la velocidad

$$\frac{u}{u_1} = \left(\frac{Z}{Z_1}\right)^q \quad (3.13)$$

donde u_1 es la velocidad del viento a la altura z_1 , y q es un exponente cuyo valor depende de la rugosidad del terreno y la estabilidad atmosférica, como se ilustra en la siguiente tabla.

Para $Z_0 \sim 3 \text{ cm}$

| Categoría de la estabilidad atmosférica | A | B | C | D | E | F | G |
|---|------|------|------|------|------|------|------|
| q | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.25 | 0.30 | 0.50 |

La ec 3.13 es una fórmula completamente empírica, con la ventaja de que se puede aplicar en toda la capa planetaria si se tienen los valores adecuados del exponente q .

4. REFERENCIAS

1. Seinfeld H, J, *Air pollution. Physical and chemical fundamentals*,
Mc Graw-Hill (1975)
2. Turner D, B, "Workbook of atmospheric dispersion estimates", *US Department of Health, Education and Welfare*, Cincinnati, Ohio (1967)
3. "Guidelines for air quality maintenance planning and analysis",
Vol 10, EPA, 450/4-74-011 (OAQPS No 1.2-029) (sep 1974)