

Modelo de crecimiento de hidrofítas

José Luis Sánchez Bribiesca*

Jesús Gracia S.**

Antonio Lozada B.**

Carmen Sánchez M.**

RESUMEN

Algunos métodos de simulación del crecimiento de poblaciones pueden ser utilizados para predecir la proliferación de plantas acuáticas.

En este trabajo se presenta un modelo matemático que simula el crecimiento de una población de hidrofítas de acuerdo con la dinámica de dos nutrientes importantes: nitrógeno y fósforo. Antes de establecer el modelo se llevó a cabo una primera etapa de estudios consistentes en:

- a) Una revisión bibliográfica que demostró la importancia de los nutrientes en el crecimiento de plantas acuáticas como **Lemna minor**, que fue seleccionada como la especie más adecuada para calibrar el modelo.
- b) Un estudio experimental para determinar el tipo de crecimiento de **Lemna minor**, su dependencia con la concentración de nutrientes en el medio, así como la forma más práctica de medir las variables que intervienen en el modelo.

Con base en los resultados de la primera etapa, se generó un sistema de ecuaciones que simulan la transferencia de nitrógeno y fósforo a plantas acuáticas y que describen el aumento de biomasa en función de los nutrientes, la temperatura y la luminosidad, así como de características particulares de la especie.

Se calibró el modelo mediante ensayos en un modelo físico donde se pudo representar la circulación de nutrientes en la naturaleza. Los resultados indican que la simulación de aumento de biomasa y dinámica de nutrientes es satisfactoria; pero deberá estudiarse a fondo el papel que desempeñan la temperatura y la luminosidad en el crecimiento de hidrofítas.

Profesor investigador, Facultad de Ingeniería, UNAM

*Ayudante de investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM

1. ANTECEDENTES

Para Harvey (ref 8), los factores que determinan el crecimiento de plantas acuáticas son luz, temperatura y disponibilidad de nutrientes. Si se supone que en la vida de un lago hay siempre luz y temperatura favorables, la disponibilidad de nutrientes será decisiva para determinar la acumulación de biomasa vegetal.

Los desechos industriales, agrícolas y urbanos representan fuentes importantes de nutrientes que contribuyen a la eutroficación de los lagos. Estas descargas, aun teniendo tratamiento secundario, aportan cantidades importantes de nutrientes a los cuerpos de agua receptores. Dado que estos tratamientos son biológicos en gran parte, los nutrientes son esenciales para su funcionamiento, sobre todo en los tratamientos secundarios donde se eliminan materiales demandantes de oxígeno, utilizando los constituyentes del desecho para formar material celular. En este proceso metabólico, el nitrógeno y el fósforo son muy importantes y se incorporan en un buen porcentaje a la nueva masa celular.

En general, tanto el tratamiento primario como el secundario pueden llegar a eliminar del 20 al 50 por ciento de N y P del agua cruda. El 50 u 80 por ciento restante se vuelve crítico, y no se han encontrado métodos costables para eliminarlo.

Dado que la vegetación acuática es capaz de absorber gran cantidad de nutrientes del agua, el cultivo de estas plantas puede ayudar en la purificación de agua (refs 2, 8 y 14), siempre y cuando se pueda llevar a cabo ese cultivo, controlado y en cantidades que no interfieran con el uso del cuerpo de agua.

Se tiene evidencia de que es posible eliminar nutrientes del agua de desecho mediante el empleo de algas. Sin embargo, aunque se ha demostrado su utilidad, son difíciles de controlar y extraer del agua. Estos estudios se han hecho también en plantas superiores, poniendo particular atención en **Eichhornia crassipes** y algunas otras como **Althernanthera philoxeroides**, **Potamogeton crispus**, **Najas sp.**, etc. Entre los resultados más interesantes se encuentra la capacidad que tiene el lirio acuático de extraer N, P, K (ref 14), o bien las posibilidades del **Scirpus lacustris** de absorber el 80 por ciento del N del agua, además de degradar fosfatos y reducir el número de colibacterias (ref 2).

De estas y otras referencias puede concluirse que una vez conocida la capacidad de extracción de nutrientes de una hidrofita, podría lograrse su cultivo con

un método que permitiera predecir su crecimiento de acuerdo con la presencia de nutrientes en el agua. El establecimiento de dicho método es el objetivo de este trabajo.

El estudio se realizó utilizando la especie **Lemna minor** debido a su rápido crecimiento, su capacidad de usar nutrientes del agua, y su fácil manejo en el laboratorio.

El estudio realizado por Harvey (ref 8) permitió conocer la capacidad que tiene **Lemna** para extraer N y P del agua al colocarla en un efluente secundario en condiciones de cultivo y que duplica su número de frondas cada cuatro días.

Por otra parte, Hillman (ref 9) encontró que las lemnáceas pueden ser cultivadas en condiciones asépticas, siendo relativamente insensibles a variaciones menores en la concentración de nutrientes.

Otras características importantes de la planta tomadas en cuenta son: la reproducción, que suele ser vegetativa, y la duración de 18 días de cada fronda (**en Lemna perpusilla**).

Los estudios de nutrición mineral indican que se comporta como una típica planta superior; se sabe que requiere de todos los elementos mayores y algunos menores.

Las diferencias entre frondas de varias edades son poco importantes, sobre todo en especies como **Lemna minor** (ref 1)

Además de estas características que hacen de **Lemna** un material adecuado para este estudio, se analizaron otros aspectos en el laboratorio para determinar las posibilidades de utilizar esta planta en la calibración de un modelo de simulación de crecimiento. Con este objeto se desarrolló un experimento preliminar que permitió establecer dicho modelo así como los ensayos de calibración.

2. EXPERIMENTOS PRELIMINARES

El modelo que se presenta en este trabajo se basa en el método de Williams (ref 17), que describe el aumento de microorganismos en función del aporte de nutrientes disponibles en el agua, y de algunos factores ambientales. Se ha usado con éxito en poblaciones de microorganismos y manejado tanto analógica como digitalmente.

Con objeto de estudiar los aspectos básicos de la transferencia de nutrientes a la biomasa para poderlos aplicar a un modelo en plantas superiores, se realizó una serie de ensayos intentando determinar:

- a) Si las bases del modelo de Williams son aplicables a una planta superior, es decir, si el aumento de biomasa es función de la cantidad de nutrientes disponibles en el agua.
- b) El tipo de crecimiento que tiene **Lemna** y la posibilidad de predecirlo.
- c) La mejor forma de representar y medir los parámetros que incluye el modelo, principalmente el aumento de biomasa; o bien, la localización de otros parámetros importantes.
- d) La forma de incluir en el modelo el uso de nutrientes, cuáles se deben representar y en qué intervalos.

El experimento consistió en cultivar **Lemna** en diez recipientes de 1 m ϕ y 40 cm de profundidad con diferentes soluciones nutritivas. Se utilizaron cuatro tipos de soluciones. Solución completa con la siguiente composición:

	ppm
$Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$	590
KNO_3	250
$MgSO_4 \cdot 7H_2O$	70
KH_2PO_4	70
$FeSO_4$	5.42
$MnCl_2 \cdot 4H_2O$	9
H_3BO_3	14
$ZnSO_4 \cdot 7H_2O$	1.1
$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	0.8
$Na_2MoO_4 \cdot 2H_2O$	0.125

y soluciones con la mitad de nitrógeno, fósforo y hierro, así como tres soluciones sin estos tres elementos, respectivamente. Se empleó también una solución con doble cobre, para intentar un mejor control de las algas. No se repusieron las soluciones a lo largo del experimento para probar la capacidad de **Lemna** de utilizar los nutrientes del agua.

Se partió de un área inicial de 80 cm² de **Lemna** y se midió el crecimiento mediante fotografía y planímetro (registro del área invadida por **Lemna**). El experimento duró 45 días.

3. RESULTADOS

Las figs 1a y 1b muestran el crecimiento de **Lemna** (área invadida) para cada una de las soluciones nutritivas. El máximo crecimiento se obtuvo en una de las tres tinas con solución completa. Hay un desarrollo muy pobre en las soluciones sin hierro, fósforo o nitrógeno y el crecimiento es intermedio en las soluciones con mitad de hierro y de fósforo, lo que indica el papel importante que juegan estos elementos en el desarrollo de **Lemna**. En el caso de la solución sin hierro, dadas las bajas concentraciones en las cuales son efectivos los nutrientes como el hierro, puede asegurarse que en sentido estricto esta solución no careció totalmente de hierro, sino que al principio hubo una pequeña cantidad disponible del mineral, que fue suficiente para las primeras etapas de crecimiento. Debido a esto se decidió no emplear variaciones de hierro en los experimentos de calibración.

Un caso semejante se tiene en las soluciones sin fósforo y sin nitrógeno; debido a que las pruebas se realizaron a la intemperie, casi puede asegurarse que el nivel de fósforo y de nitrógeno no fue cero, lo que explica el crecimiento, que aunque limitado fue apreciable. Otro motivo puede ser el empleo de otras fuentes de nitrógeno. Cuando en el medio hay bajas concentraciones de nitrógeno y alta intensidad luminosa, se utiliza como fuente el nitrógeno interno, tornándose los talos cloróticos y pequeños (ref 15), como de hecho sucedió. En cambio, la solución con mitad de nitrógeno permitió el desarrollo del talo y no se notó clorosis, aunque el tamaño promedio de los talos fue menor que en la solución completa.

Al finalizar el experimento se midió el tamaño promedio del talo de **Lemna**; aparentemente, el crecimiento de cada talo se reduce más por escasez de nitrógeno que de fósforo. Las reducciones de fósforo en el medio de cultivo se reflejaron en la menor extensión final ocupada por **Lemna**, en relación a las reducciones de nitrógeno (figs 2 y 3).

Aunque originalmente se pensó que la evaporación, sería mas alta en las tinas con mayor crecimiento de **Lemna**, no hubo relación aparente (tabla 1).

En cuanto a la metodología, puede decirse que es posible medir crecimiento mediante el conocimiento del área invadida, dada su relación con el aumento de biomasa (fig 4).

La homogeneidad del área inicial o de siembra no es un problema, siempre y cuando la extensión sembrada sea reducida; sin embargo, debe cuidarse la homogeneidad genética.

Con objeto de estudiar los aspectos básicos de la transferencia de nutrientes a la biomasa para poderlos aplicar a un modelo en plantas superiores, se realizó una serie de ensayos intentando determinar:

- Si las bases del modelo de Williams son aplicables a una planta superior, es decir, si el aumento de biomasa es función de la cantidad de nutrientes disponibles en el agua.
- El tipo de crecimiento que tiene **Lemna** y la posibilidad de predecirlo.
- La mejor forma de representar y medir los parámetros que incluye el modelo, principalmente el aumento de biomasa; o bien, la localización de otros parámetros importantes.
- La forma de incluir en el modelo el uso de nutrientes, cuáles se deben representar y en qué intervalos.

El experimento consistió en cultivar **Lemna** en diez recipientes de 1 m ϕ y 40 cm de profundidad con diferentes soluciones nutritivas. Se utilizaron cuatro tipos de soluciones. Solución completa con la siguiente composición:

	ppm
$Ca(NO_3)_2 \cdot 4H_2O$	590
KNO_3	250
$MgSO_4 \cdot 7H_2O$	70
KH_2PO_4	70
$FeSO_4$	5.42
$MnCl_2 \cdot 4H_2O$	9
H_3BO_3	14
$ZnSO_4 \cdot 7H_2O$	1.1
$CuSO_4 \cdot 5H_2O$	0.8
$Na_2MoO_4 \cdot 2H_2O$	0.125

y soluciones con la mitad de nitrógeno, fósforo y hierro, así como tres soluciones sin estos tres elementos, respectivamente. Se empleó también una solución con doble cobre, para intentar un mejor control de las algas. No se repusieron las soluciones a lo largo del experimento para probar la capacidad de **Lemna** de utilizar los nutrientes del agua.

Se partió de un área inicial de 80 cm² de **Lemna** y se midió el crecimiento mediante fotografía y planímetro (registro del área invadida por **Lemna**). El experimento duró 45 días.

3. RESULTADOS

Las figs 1a y 1b muestran el crecimiento de **Lemna** (área invadida) para cada una de las soluciones nutritivas. El máximo crecimiento se obtuvo en una de las tres tinas con solución completa. Hay un desarrollo muy pobre en las soluciones sin hierro, fósforo o nitrógeno y el crecimiento es intermedio en las soluciones con mitad de hierro y de fósforo, lo que indica el papel importante que juegan estos elementos en el desarrollo de **Lemna**. En el caso de la solución sin hierro, dadas las bajas concentraciones en las cuales son efectivos los nutrientes como el hierro, puede asegurarse que en sentido estricto esta solución no careció totalmente de hierro, sino que al principio hubo una pequeña cantidad disponible del mineral, que fue suficiente para las primeras etapas de crecimiento. Debido a esto se decidió no emplear variaciones de hierro en los experimentos de calibración.

Un caso semejante se tiene en las soluciones sin fósforo y sin nitrógeno; debido a que las pruebas se realizaron a la intemperie, casi puede asegurarse que el nivel de fósforo y de nitrógeno no fue cero, lo que explica el crecimiento, que aunque limitado fue apreciable. Otro motivo puede ser el empleo de otras fuentes de nitrógeno. Cuando en el medio hay bajas concentraciones de nitrógeno y alta intensidad luminosa, se utiliza como fuente el nitrógeno interno, tornándose los talos cloróticos y pequeños (ref 15), como de hecho sucedió. En cambio, la solución con mitad de nitrógeno permitió el desarrollo del talo y no se notó clorosis, aunque el tamaño promedio de los talos fue menor que en la solución completa.

Al finalizar el experimento se midió el tamaño promedio del talo de **Lemna**; aparentemente, el crecimiento de cada talo se reduce más por escasez de nitrógeno que de fósforo. Las reducciones de fósforo en el medio de cultivo se reflejaron en la menor extensión final ocupada por **Lemna**, en relación a las reducciones de nitrógeno (figs 2 y 3).

Aunque originalmente se pensó que la evaporación, sería mas alta en las tinas con mayor crecimiento de **Lemna**, no hubo relación aparente (tabla 1).

En cuanto a la metodología, puede decirse que es posible medir crecimiento mediante el conocimiento del área invadida, dada su relación con el aumento de biomasa (fig 4).

La homogeneidad del área inicial o de siembra no es un problema, siempre y cuando la extensión sembrada sea reducida; sin embargo, debe cuidarse la homogeneidad genética.

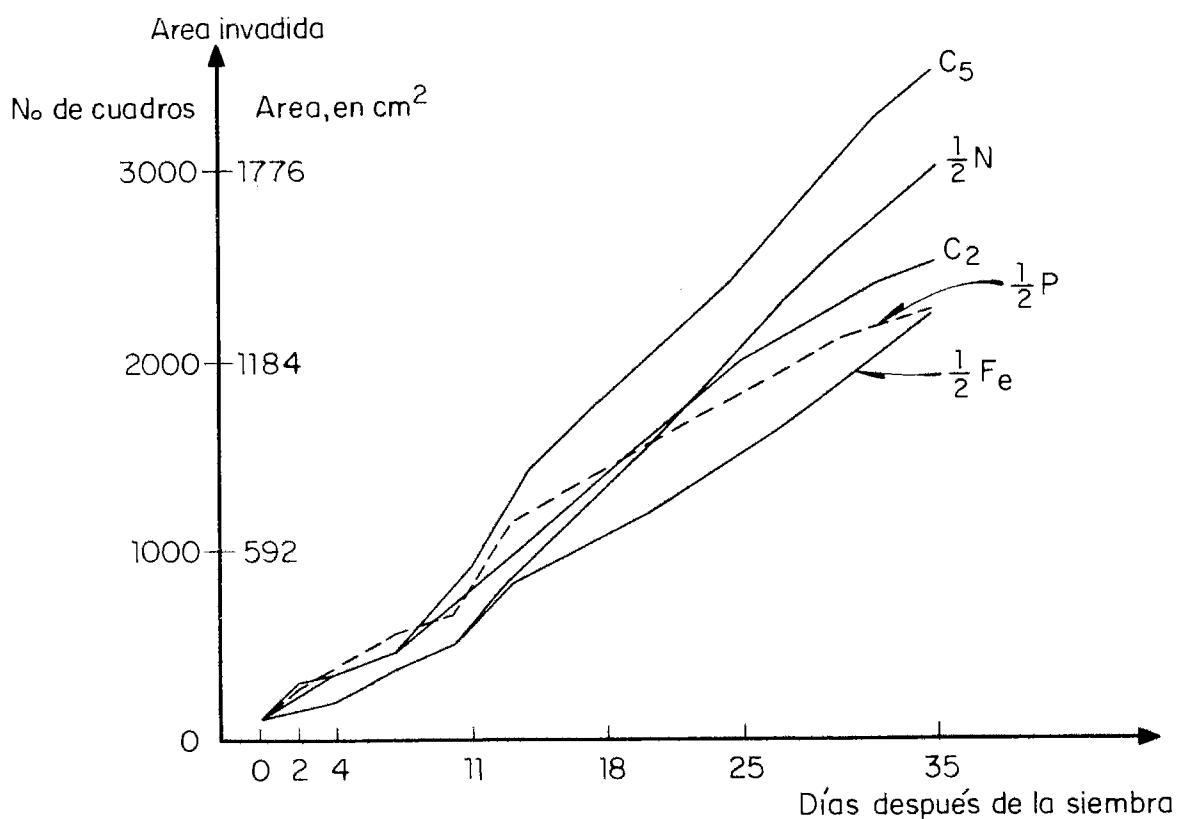


Fig 1a. Area invadida por *Lemna* para cada tratamiento

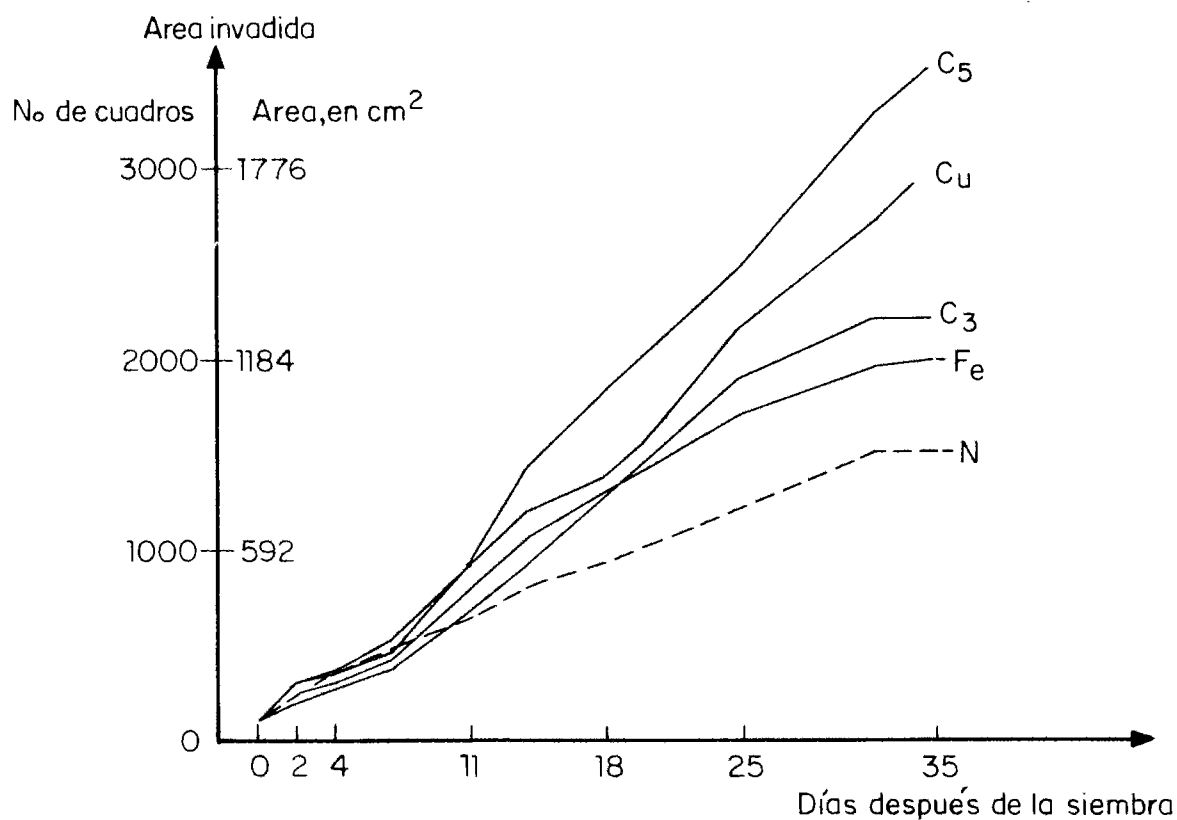


Fig 1b. Area invadida por *Lemna* para cada tratamiento

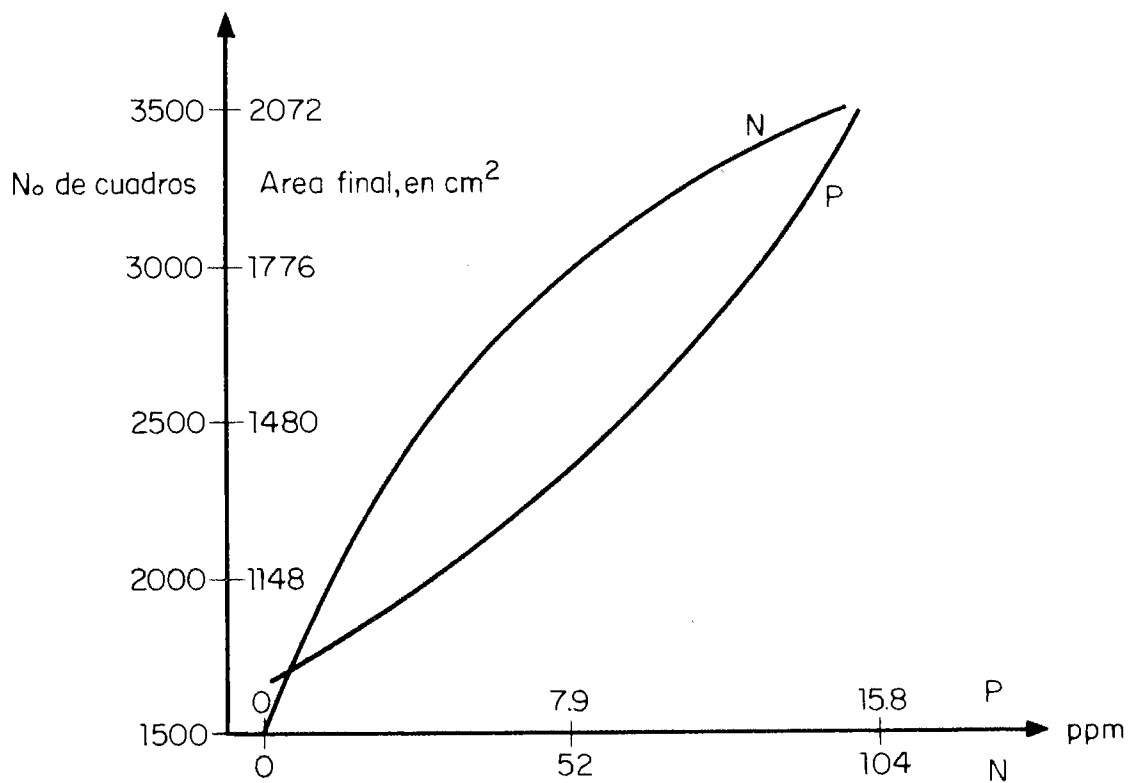


Fig 2. Area final a diferentes concentraciones de fósforo y nitrógeno

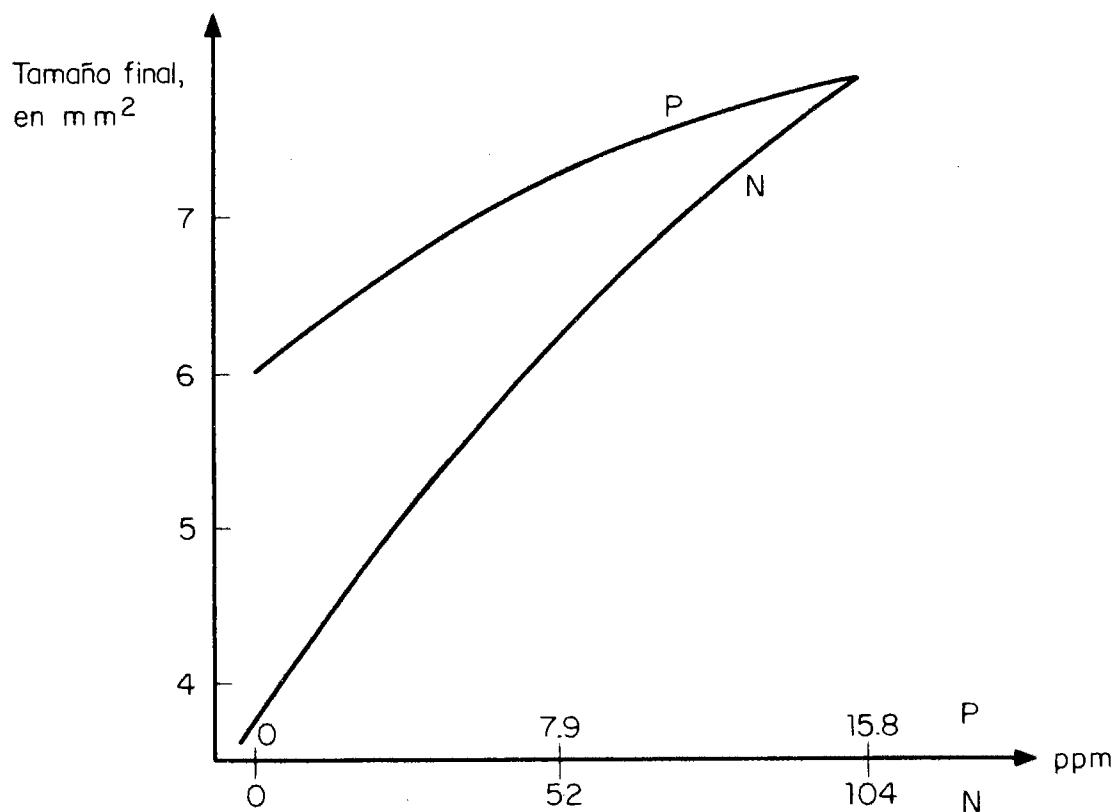


Fig 3. Tamaño del talo en diferentes concentraciones de fósforo y nitrógeno

TABLA 1. EVAPORACION EN LAS TINAS, en cm

	C5	C2	C3	1/2N	1/2P	1/2Fe	SIN N	SIN P	SIN Fe	2Cu	CON- TROL
Sept 27 a oct 15	3.6	4.2	4.0	4.5	3.8	4.3	3.8	3.7	3.4	3.8	3.7
Oct 15 a oct 31	2.4	2.8	2.7	2.6	2.9	2.8	2.5	2.4	2.4	2.5	2.5
Nov 1 a nov 12	2.3	2.4	1.5	2.5	2.6	2.7	2.2	1.0	2.1	2.2	2.3
TOTAL	8.6	9.4	8.2	9.6	9.3	9.8	8.5	7.1	7.9	8.5	8.5

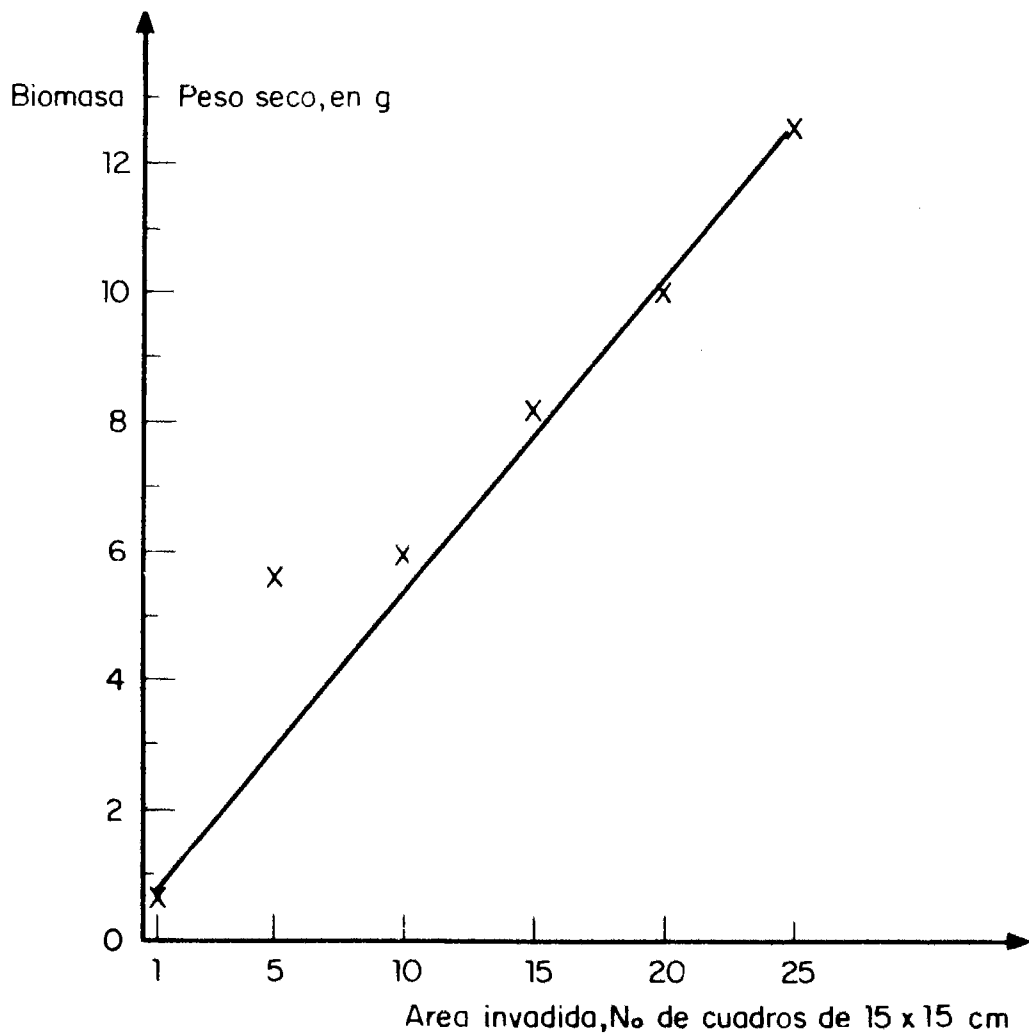


Fig 4. Medición de área invadida vs biomasa

Este experimento preliminar permitió ubicarse dentro del intervalo de concentraciones óptimas de los principales nutrientes. Se decidió no variar microelementos ni incluirlos en el modelo, dado los problemas de cuantificación y de control. Se halló igualmente que los aspectos básicos del modelo de crecimiento se pueden cuantificar en el laboratorio. Estos resultados permitieron llegar al planteamiento del modelo que a continuación se presenta.

4. MODELO MATEMATICO

El modelo se basa en los principios fundamentales de simulación de transferencia de nutrientes a microorganismos (ref 16). Aparentemente, es posible hacer la extrapolación a plantas superiores, ya que las propiedades de crecimiento de microorganismos son aplicables a poblaciones de organismos superiores con ligeras modificaciones.

Con este método se pretende describir el aumento de organismos en función del aporte de nutrientes disponibles en el agua, de la radiación solar, de la temperatura y de características particulares de la especie estudiada, como el grado de transferencia de nutrientes en el medio y la capacidad de la planta de absorberlos, y de algunos factores ambientales.

Se parte de un sistema con las siguientes características:

- a) Capacidad V o volumen efectivo de nutrientes
- b) Entrada de nutrientes (N_o y P_o) con un gasto Q
- c) Cantidad de individuos m
- d) Transferencia K^* de nutrientes a los individuos
- e) Salida con gasto Q de nutrientes (N y P) no utilizados (fig 5)

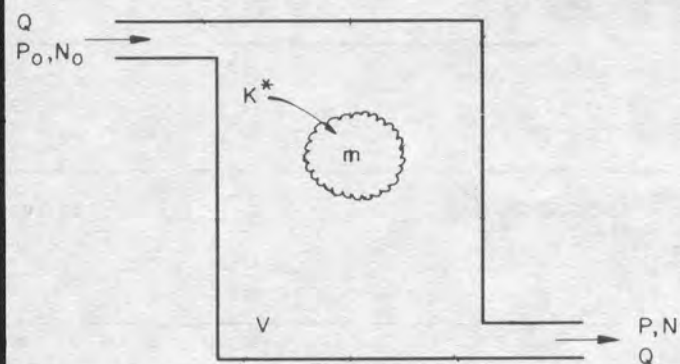


Fig 5

Con base en el trabajo de Williams, se generó un sistema de ecuaciones con las que se quiere simular el crecimiento de *Lemna* así como la continuidad del nutriente en el sistema.

En el experimento preliminar se destacó la gran importancia que tienen el fósforo y el nitrógeno en el crecimiento, y la dificultad de estudiar micronutrientes, por lo cual las ecuaciones propuestas solo toman en cuenta a estos dos nutrientes.

De esta manera se tiene que las ecuaciones de continuidad de los nutrientes son, para el fósforo

$$V dP = Q(P_o - P) dt - K^* P^b m dt \dots (234)$$

Para el nitrógeno

$$V dN = Q(N_o - N) dt - K^* N^a m dt \dots (235)$$

y la ecuación de la biomasa es

$$V dm = K^* m (N^a + P^b) dt - Q m dt \dots (236)$$

Si se tiene que $K_o = Q/V$ y $K_1 = K^*/V$

la variación del nitrógeno en la salida será

$$\frac{dN}{dt} = K_o (N_o - N) - K_1 N^a m \dots (401)$$

y la del fósforo

$$\frac{dP}{dt} = K_o (P_o - P) - K_1 P^b m \dots (402)$$

y la variación de la biomasa en el tiempo es

$$\frac{dm}{dt} = K_1 m (N^a + P^b) - K_o m \dots (403)$$

Donde las concentraciones de entrada de N y P (N_o , P_o) se consideran constantes, y la transferencia de nutrientes es función de la temperatura y la radiación solar

$$K^* = f(\lambda; T)$$

Como podrá observarse, el modelo es fácil de aplicar previa calibración mediante experimentos controlados.

5. CALIBRACION DEL MODELO

Para calibrar el modelo se requerían estudios de dinámica de poblaciones en un cultivo continuo, donde pudieran medirse las siguientes variables:

- a) Aumento de biomasa en el tiempo.
- b) La entrada de nutriente (*No* y *Po*), análisis químicos para determinar la concentración de estos nutrientes en la solución de entrada.
- c) La salida de nutrientes (*N* y *P*), también mediante análisis químicos de la salida.
- d) *Q* el gasto de entrada y salida, que en este caso debe ser constante.
- e) Salida de biomasa (equivalente a muerte, depredación o emigración).
- f) Temperatura ambiental.
- g) Radiación solar global.

Estas mediciones pueden efectuarse al emplear un sistema llamado quemostato, que de acuerdo con Williams (ref 17) es el mejor método de laboratorio para modelar la naturaleza en estudios de población. El quemostato es un sistema dinámico con una circulación continua de energía y entradas y salidas de materia; modela las características esenciales de un sistema abierto, así como la continuidad temporal que se presenta en la naturaleza. La entrada y salida de nutrientes simula su circulación en el ambiente, y la salida de organismos equivale formalmente a la muerte en edad no específica, depredación o emigración.

Como podrá observarse, solo se han incluido en el modelo las variables extensivas de la población, o sea, las dependientes del tiempo, como biomasa total, número de individuos, nutrientes, etc, y aunque un modelo completo debe incluir las variables independientes del tiempo, como tamaño, distribución de edades, etc, por lo pronto el modelo sería demasiado complejo y se alejaría de los objetivos de este trabajo.

6. MATERIAL Y METODOS

Con objeto de obtener la información que se menciona anteriormente, se realizaron ocho ensayos en dos modelos físicos que funcionan con los principios del quemostato.

Dichos modelos son tanques de mampostería de 1.50 m x 3.00 y 50 cm de profundidad y que contienen un volumen constante de agua, en el cual se realiza una circulación de nutrientes.

En un extremo de cada tanque se instaló un dispositivo que funciona con el principio de la botella

de Mariotte (ref 6), que aporta al tanque una solución nutritiva con gasto constante (*No* y *Po*). En el otro extremo se localiza un vertedor por donde se dejó salir la solución, también con gasto constante (*N* y *P*), así como las plantas que escapan del sistema, las cuales se consideran incluidas en la ecuación de aumento de biomasa, como disminución del crecimiento vegetal.

Se realizaron los siguientes ensayos:

FECHA	TIPO DE ENSAYE
Feb 4 a feb 24	Solución completa
Feb 17 a mar 10	Solución sin fósforo
Mar 4 a mar 24	Solución sin nitrógeno
Mar 12 a mar 31	Solución completa
Abr 9 a abr 28	Solución sin nitrógeno
Abr 15 a may 5	Solución sin fósforo
May 8 a may 27	Solución sin fósforo
May 10 a may 29	Solución completa

Esta secuencia de ensayos pretende abarcar diferentes combinaciones de temperatura y radiación solar durante una parte del año.

No se tomaron en cuenta los micronutrientes y se destacaron las soluciones con mitad de nitrógeno y fósforo. Se agregó cobre a cada tratamiento, *CuSO₄* (1.42 ppm) como alguicida, además de sales de EDTA.

TABLA 2. ANALISIS DE CONCENTRACION DE FOSFATOS Y NITRATOS AL FINAL DEL EXPERIMENTO, en mg/lt

TINA	FOSFATOS	NITRATOS
COMPLETA 5	0.90	11
COMPLETA 2	1.60	8
COMPLETA 3	2.50	4
MITAD DE N	2.48	8
MITAD DE P	1.20	14
MITAD DE Fe	2.05	16
SIN N	9.01	0.30
SIN P	1.30	0.60
SIN Fe	3.48	8
DOBLE Cu	0.95	5

En el caso de las soluciones sin *N* y sin *P*, se observó la dificultad de mantenerlas en ausencia total de estos elementos, por lo que se hicieron análisis continuos

de la solución alimentadora para registrar concentraciones mínimas de estas sales. El fósforo se detectó como **PO4** y el nitrógeno como **NO3** con los métodos del cloruro estanoso y el del ácido fenildisulfónico, respectivamente. Se supuso que las diferencias entre entradas y salidas de nutrientes representan el empleo que de ellos hace **Lemna**, con base en los estudios de difusión que se hicieron en el tanque antes de realizarse el presente estudio.

Los experimentos preliminares demostraron que la mejor forma de valorar el crecimiento de una población de **Lemna** es determinar el área invadida utilizando un bastidor cuadrículado (cuadros de 7.5 x 7.5 cm) y observando el área aproximada de cada cuadro ocupada por **Lemna**.

Tanto los análisis de agua como las mediciones de biomasa se efectuaron cada tercer día. Se midió la

temperatura ambiental con un termógrafo y la radiación global con un piramómetro. Se registro aparición de algas así como el aspecto físico del cultivo.

7. RESULTADOS Y DISCUSION

7.1 Experimentación

Si se observan los resultados de la fig 6, donde se muestran los aumentos de biomasa en el transcurso de los experimentos, podrán notarse las fuertes variaciones entre tratamientos, aun en poblaciones que se sometieron a variaciones semejantes de nutrientes.

Aparentemente, son dos los factores que provocan esas diferencias; uno es la época en que se efectuó el ensaye, y otro, muy relacionado quizá con la primera, que son diferentes grados de invasiones de algas.

De acuerdo con esto se puede hacer una separación de los resultados en los siguientes grupos.

Grupo 2, que incluye 3 ensayos (2C, 2P y 2N), realizados del 4 de febrero al 24 de marzo y que tuvo una invasión ligera de algas desde el octavo día de la siembra.

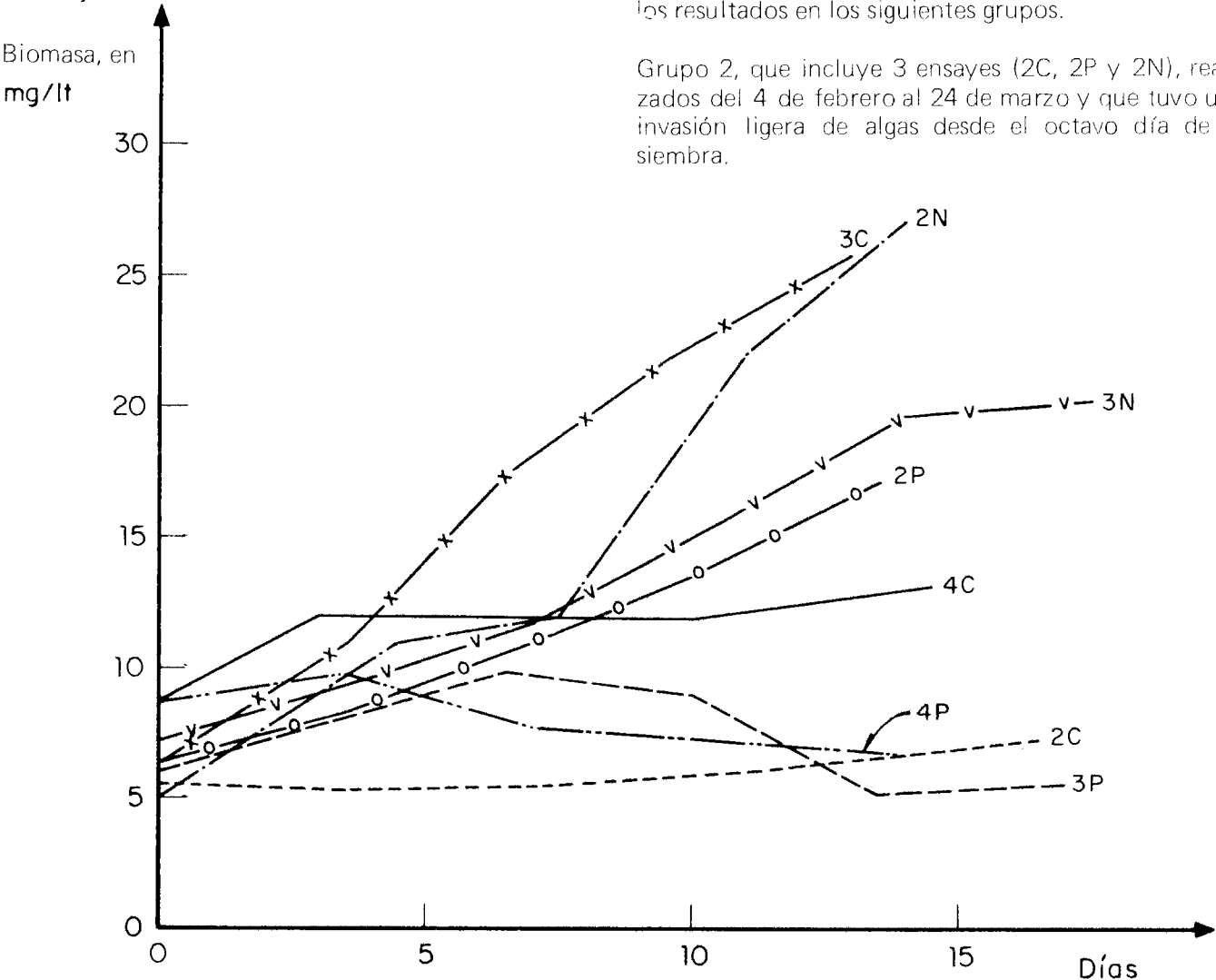


Fig 6. Aumento de biomasa para todos los tratamientos

Grupo 3, que incluye 3 ensayos (3C, 3P y 3N), realizado del 12 de marzo al 5 de mayo y que no fue invadido por algas.

Grupo 4, con 2 ensayos (4P y 4C), del 8 de mayo al 29 del mismo mes, con invasión de algas al segundo día de la siembra.

Se ha considerado que la diversidad de condiciones a las que estuvieran sujetos los cultivos no permiten hacer comparaciones conjuntas de los resultados, por lo cual se analizarán en principio los del grupo 3 que en realidad son los que pueden reflejar con mayor fidelidad el efecto de las soluciones nutritivas, ya que no estuvieron sujetos a una competencia con algas.

La fig 7 representa los aumentos de biomasa para los ensayos realizados del 12 de marzo al 5 de mayo. El tratamiento completo alcanza la mayor biomasa final, y su incremento promedio de biomasa durante 20 días es de 19.4 contra -0.42 y 12.98 de los tratamien-

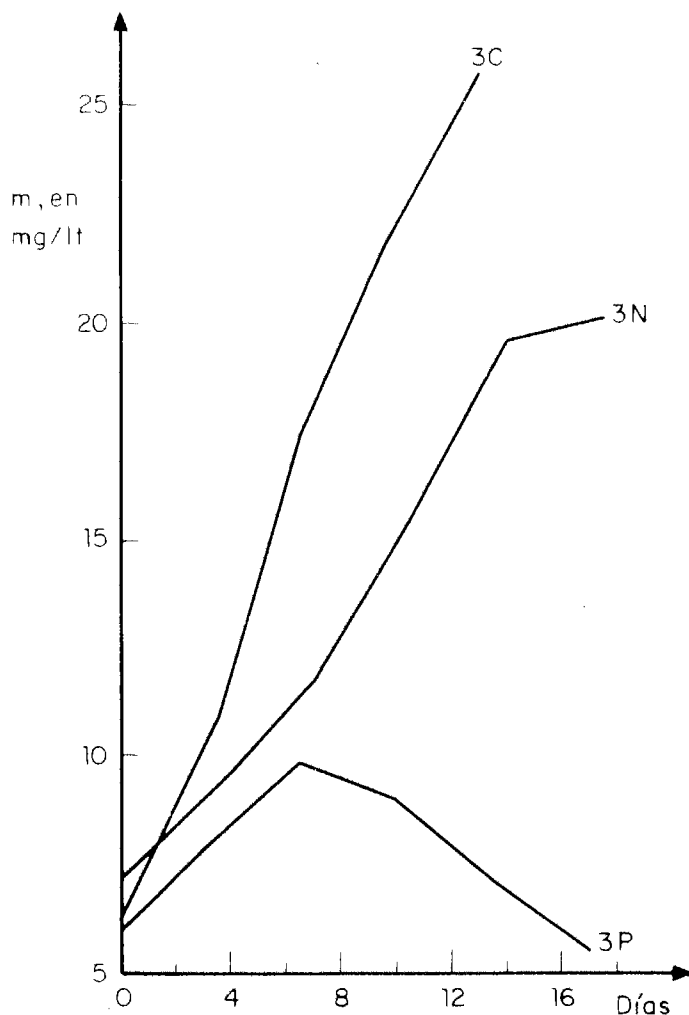


Fig 7. Aumento de biomasa para tres tratamientos

tos sin fósforo y sin nitrógeno, respectivamente (como biomasa en g).

Se observa que el tratamiento con un mínimo de nitrógeno no impide el crecimiento de **Lemna** en área, pero sí lo reduce respecto a la solución completa. Sin embargo, no fue posible determinar si el crecimiento registrado se debía a aumento del área de las frondas o bien a la multiplicación de la planta, porque según opinión de Hillman (ref 9), con niveles bajos de nitrógeno **Lemna** sobrevive pero no se reproduce.

El aumento de población, a pesar del nivel tan bajo de nitrógeno, no se registra en el caso del fósforo, ya que a los ocho días con la carencia de este elemento muere el cultivo (fig 7).

Respecto a la utilización del fósforo, en el tratamiento sin nitrógeno se pueden aprovechar los fosfatos al mismo grado que en una solución completa (fig 8). Pero

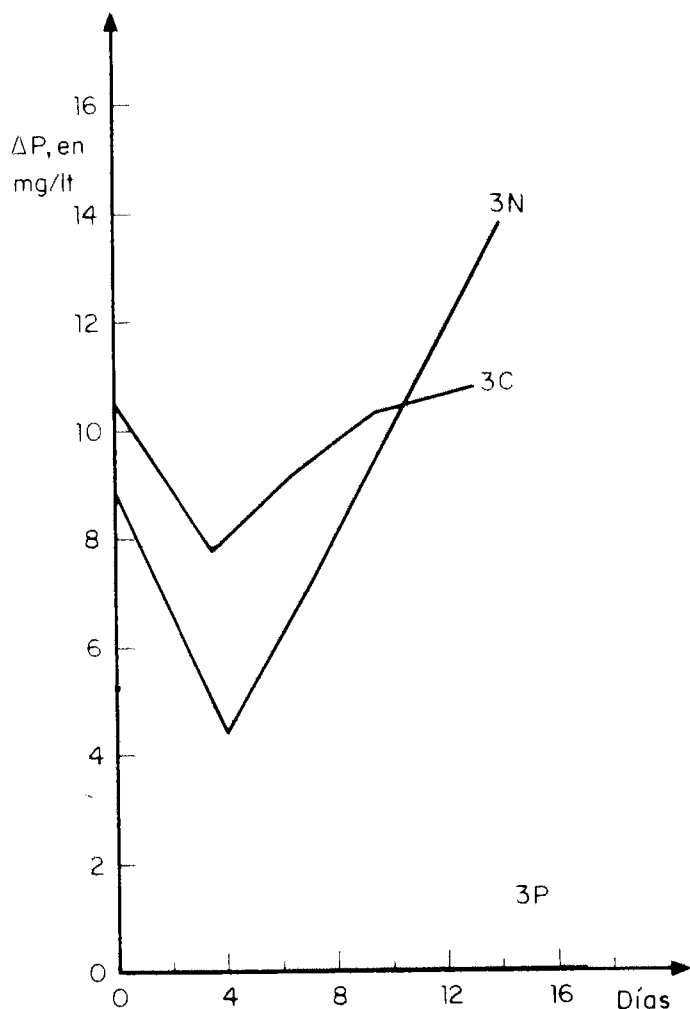


Fig 8. Uso de fósforo (como diferencia entre entrada y salida) para 3 tratamientos

cuando se carece de fósforo, entonces sí hay una restricción en el uso de nitrógeno (fig 9).

En la fig 10 se muestra en porcentaje la biomasa alcanzada en todos los tratamientos, respecto a la máxima biomasa alcanzada, así como los usos de fósforo y de nitrógeno. Estos resultados fueron tomados de las tablas 3.

Al comparar los resultados en conjunto puede observarse que en las soluciones completas es mayor el uso de nitrógeno y de fósforo. En cambio, en los tratamientos sin fósforo se observa un menor empleo de nitrógeno. Podría pensarse que esto se debe a la presencia de algas; sin embargo, el tratamiento 3P no tuvo algas y presentó la misma conducta. Aparentemente, el nitrógeno y el fósforo tienen una interacción fuerte, en tal forma que la falta de fósforo impide el aprovechamiento de nitrógeno.

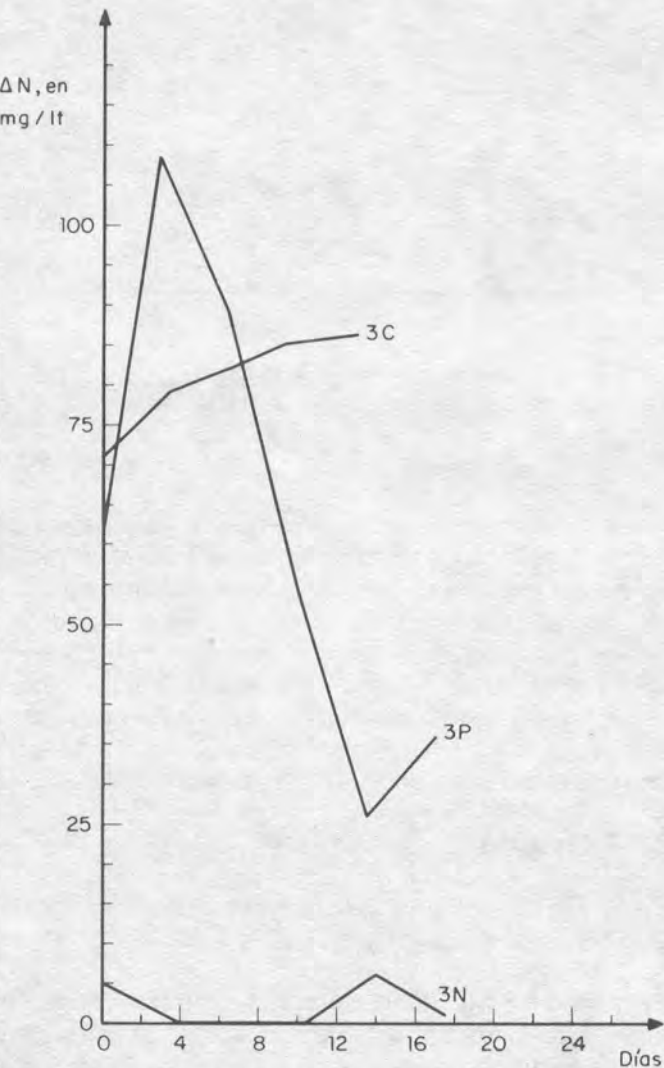


Fig 9. Uso de nitrógeno (diferencia entre entrada y salida) para tres tratamientos

En las soluciones sin nitrógeno donde el uso de fósforo es muy semejante a las soluciones completas, se presenta siempre clorosis, pero el crecimiento nunca se reduce a pesar de faltar este elemento. Esto es un claro ejemplo de la relación antagonica entre el crecimiento vegetativo y el reproductor. En general, el vegetativo se mantiene a altos niveles de nitrógeno y el reproductor cuando la disponibilidad de nitrógeno es restringida; lo cual aclara los aumentos de área en los tratamientos 2N y 3N. Otra explicación puede ser el empleo de sales de EDTA en el experimento, que parecen tener una acción antagonica hacia la proliferación de colonias o hacia la floración. Esashi (ref 4) ha encontrado un mayor crecimiento de colonias con días cortos y bajas concentraciones de nitrógeno. En la tabla 4 puede observarse que en el tratamiento 2N las iluminaciones acumuladas eran menores que en otros ensayos y el aumento de área es en cambio mayor. Desafortunadamente, no se cuenta con un ensayo 4N que se hubiera realizado con menor luminosidad, con objeto de establecer comparaciones.

TABLA 3a. RESUMEN DE LAS MEDICIONES REALIZADAS EN EL MODELO FISICO

2C				
t/días	N*	No	P	Po
0.0	2.5	35	2.0	20
3.5	39.0	70	23.0	40
4.0	54.5	70	23.0	40
4.0	33.0	83	29.0	42
5.0	60.0	96	26.5	44

2 N				
t/días	N	No	P	Po
0.0	5.5000	5.2	0.54	4.36
4.5	0.0005	4.3	2.43	12.77
3.0	0.0007	3.8	3.00	14.00
3.5	0.0000	3.6	2.94	11.50
3.0	0.0000	5.4	2.69	13.60

2 P				
t/días	N	No	P	Po
0.0	7.93	70	1.30	1.0
3.5	26.43	70	1.60	1.5
3.5	55.50	79	0.78	1.0
3.0	52.00	79	0.89	1.0
3.5	28.20	68	1.00	1.0

*Todos los resultados están dados en ppm

TABLA 3 b

3.C				
t/días	N	No	P	Po
0.0	0.125	71	0.46	11.0
3.5	20.600	90	2.41	11.2
3.0	24.000	106	3.01	12.2
3.0	14.800	100	2.49	12.8
3.5	15.500	102	1.99	12.8

3N				
t/días	N	No	P	Po
0.0	1.32	6.35	0.412	9.37
4.0	2.97	2.37	0.370	4.80
3.0	2.13	0.37	2.080	9.17
3.5	0.78	0.00	3.750	14.10
3.5	0.75	1.35	2.180	15.95
3.5	0.95	1.95	0.750	16.47

3P				
t/días	N	No	P	Po
0.0	4.16	65.00	0.0	72.0
3.0	12.40	121.50	0.0	0.0
3.5	30.75	119.70	0.0	0.0
3.5	55.15	119.60	0.0	0.0
3.5	49.50	75.26	0.0	0.0
3.5	32.10	68.75	0.0	0.0

TABLA 3 c

4 C				
t/días	N, en ppm	No	P	Po
0.0	5.5	94.0	0.5	10.00
3.0	7.5	119.0	0.5	7.00
3.5	17.0	112.0	1.0	7.25
3.5	31.0	103.5	1.0	5.50
4.5	38.0	83.0	1.0	6.25

4 P				
t/días	N	No	P	Po
0.0	13.9	111.25	0.26	0.85
3.5	14.8	109.75	0.15	0.22
3.5	23.5	109.00	0.00	0.00
3.5	28.0	97.00	0.00	0.00
3.5	43.0	59.50	0.00	0.00

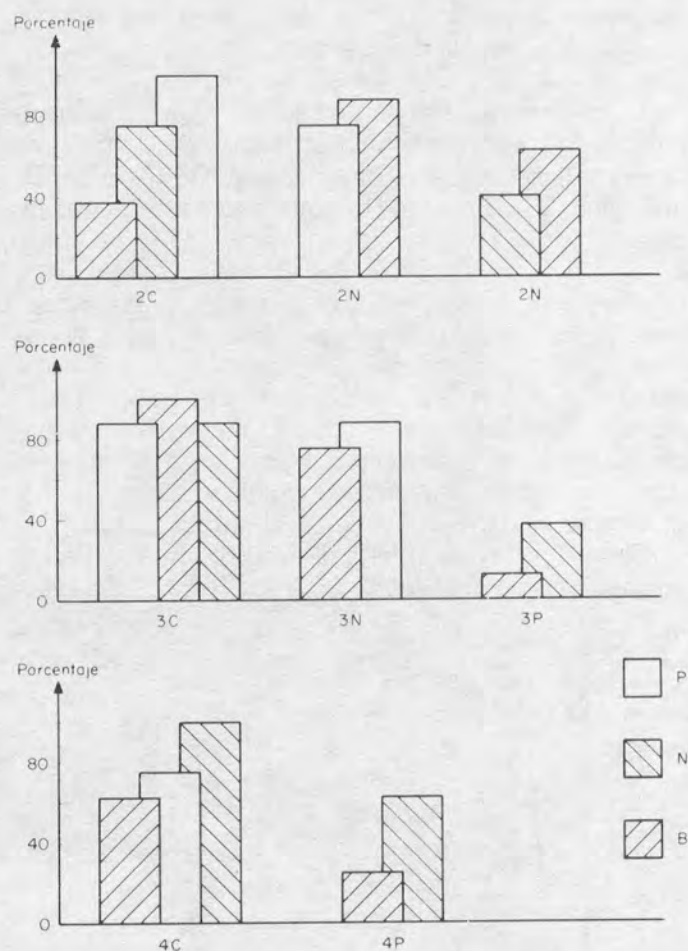


Fig 10. Aumento en porcentaje de biomasa y uso de N y P en porcentaje para tres grupos de tratamientos

Finalmente, es en los tratamientos completos donde más fuertes se hacen las diferencias en áreas alcanzadas. Se puede pensar en la influencia de la temperatura y luminosidad, como es notable en la tabla 4 y fig 11. Parece que estos factores son más importantes en el crecimiento que la presencia o ausencia de dos nutrientes principales; sin embargo, solamente con estudios detallados podrá determinarse la calidad de factores limitantes de la temperatura y la luminosidad.

7.2 Calibración

En la fig 12 se muestra el diagrama del método analógico para resolver las ecs 401, 402 y 403.

El procedimiento de solución fue el siguiente: siguiendo el procedimiento establecido analógicamente, pero en una computadora digital, se supuso una K^* de transferencia, y dadas unas condiciones iniciales de N y P iguales a las del modelo físico, se generaron los valo-

res diarios de N y P y biomasa durante 20 días. Se compararon los resultados obtenidos en esta forma con los registrados en el quemostato. Si no había ajuste, se proponía otra K^* y se generaba una nueva serie de valores N-P-biomasa. Este proceso se repitió hasta lograr una buena correlación entre los datos generados por el modelo matemático y el físico.

Algunos de los resultados obtenidos se muestran en la fig 13 para el tratamiento 2C. Se puede observar que la generación de biomasa, fósforo y nitrógeno, es factible realizarse con el modelo matemático propuesto.

TABLA 4

ENSAYE	FECHA	cal*/cm ²	To _C **
2C	Feb 4 a feb 24	7256	5845°
2P	Feb 17 a mar 10	8265	5895°
2N	Mar 4 a mar 24	8425	6409°
3C	Mar 12 a mar 31	8453	6434°
3N	Abr 9 a abr 28	8302	6622°
3P	Abr 15 a may 5	8102	6312°
4P	May 8 a may 27	6842	4599°
4C	May 10 a may 29	6848	4380°

* Luminosidades acumuladas durante el tratamiento

** Grados sobre cero acumulados durante el tratamiento

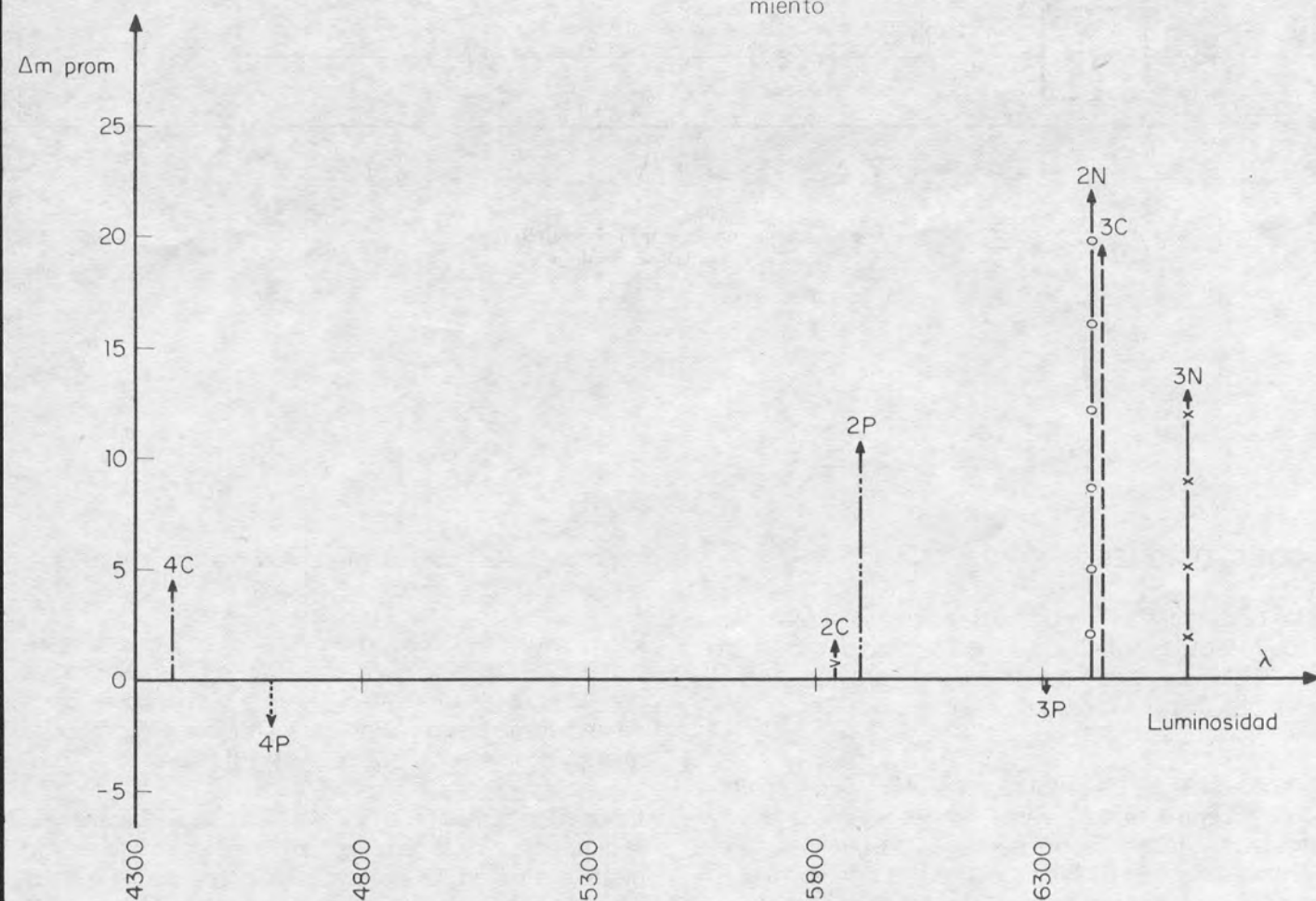


Fig 11. Relación entre tasa promedio de aumento de biomasa y luminosidades acumuladas en cada ensaye

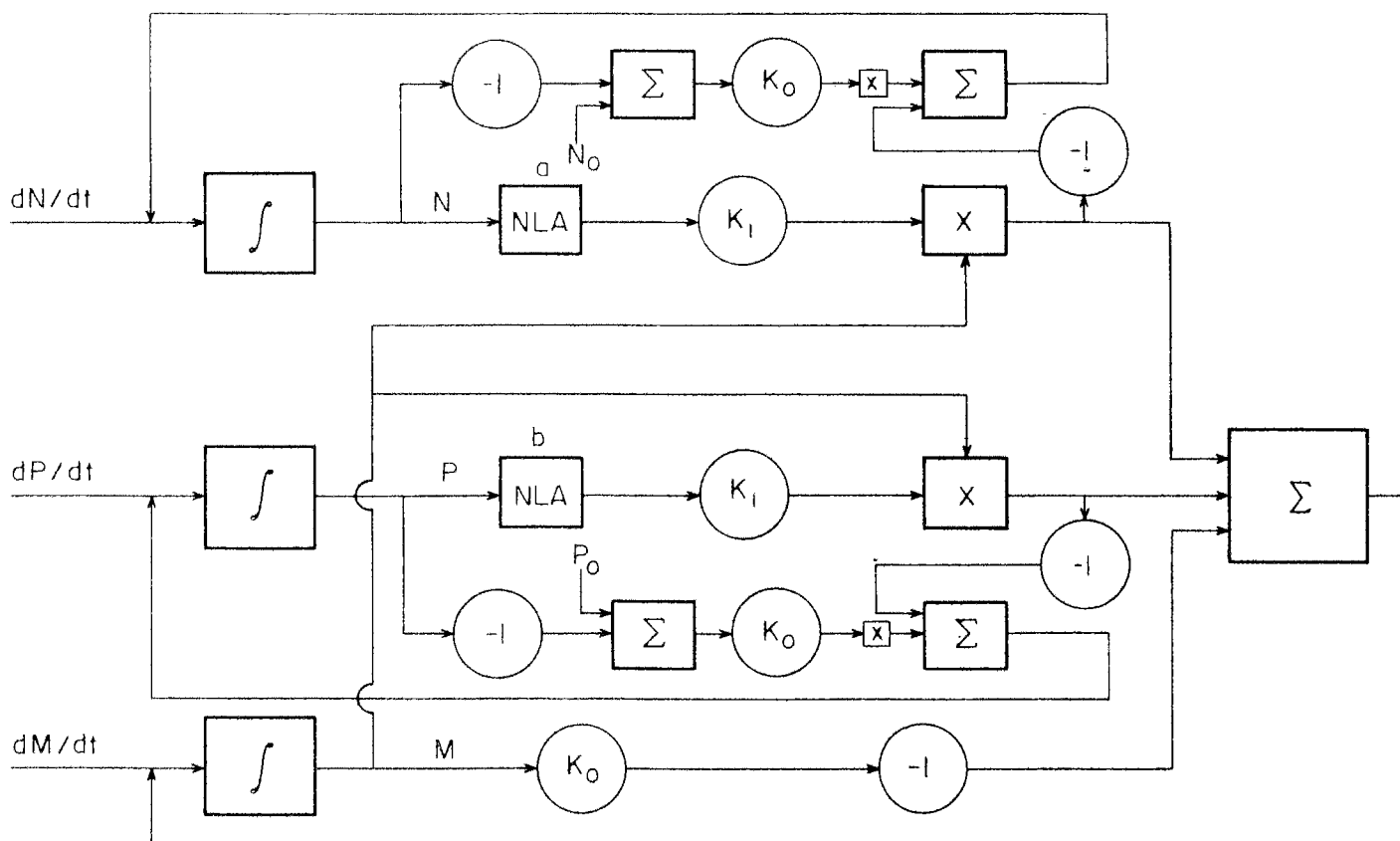


Fig 12. Diagrama de flujo del modelo para computadora analógica

8. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo que simula el crecimiento de hidrofitas ante la presencia de ciertos nutrientes esenciales. El método puede ser útil para controlar el desarrollo de poblaciones de plantas acuáticas.

Dicho modelo se ha calibrado con una especie en particular: **Lemna minor**, y dos nutrientes importantes, nitrógeno y fósforo, obteniéndose una buena simulación del aumento de biomasa frente a diferentes condiciones de nutrición mineral. La simulación de la dinámica del nitrógeno y el fósforo no es tan precisa como podría desearse; sin embargo, los resultados y

las ecuaciones que se presentan no son definitivos, sino susceptibles de ser mejorados.

El modelo es flexible como para admitir otros nutrientes o modificaciones en caso de emplearse en otras poblaciones de hidrofitas, siempre y cuando se parta de experimentos previos para conocer el comportamiento de la especie que se desee estudiar.

La aparente relación entre el desarrollo de **Lemna** con la temperatura y la luminosidad, abre un nuevo campo de investigación. Es necesario calibrar el modelo obteniendo la función existente entre la transferencia de nutrientes con estos dos factores ambientales, lo cual requerirá nuevos ensayos.

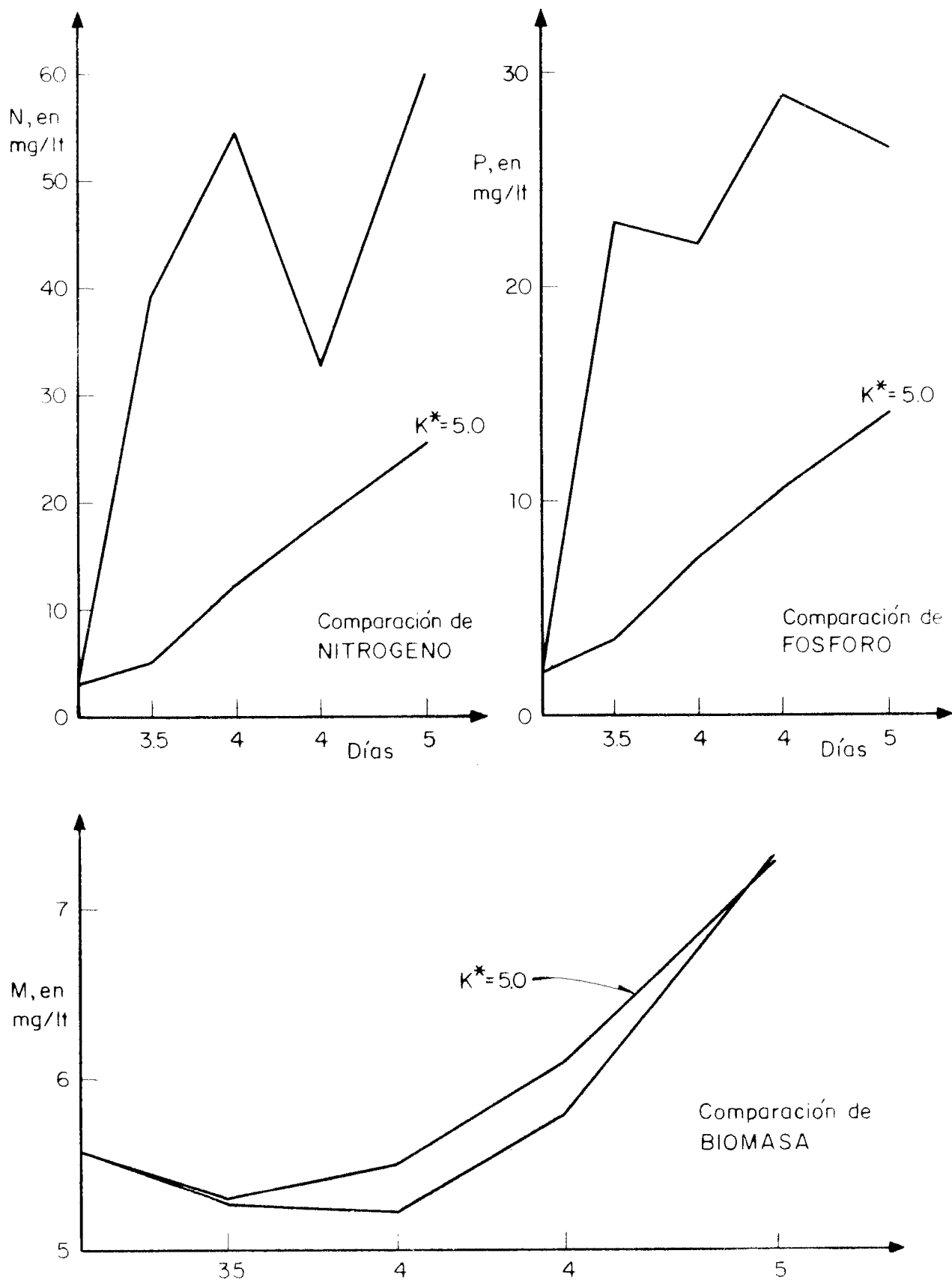


Fig 13. Resultados de la calibración del modelo para el tratamiento 2C

9. RECONOCIMIENTO

El Instituto de Geofísica de la UNAM cooperó en la medición de la luminosidad y proporcionó sus registros de datos.

10. REFERENCIAS

1. Claus, W D, Lifespan and budding potential of **Lemna** as a function of age of the parent; a genealogical study. *New Phytol* **71** (1972), 1081 - 1095
2. Dagbald, H, "Pond with Bubrushes cleans waste water" Sei. Translation Service Ann Arbor, Mich (1967)
3. Edwards, R W, An aerial photographic method for studying the distribution of aquatic macrophytes in shallow waters. *J. Ecol.* **48** (1960), 161 - 163
4. Esashi, Y, Shibasaki T, y Saito K, Flowering responses of **Lemna perpusilla** and **L. gibba** in relation to nitrate concentration in the culture medium. *Plant & Cell Physiol* **13** (1972), 623 - 631
5. Evans, C G, "The quantitative analysis of plant growth", **University of California, Press**, Los Angeles (1972)
6. Grenier, F, A constant flow apparatus for toxicity experiments on fish. 26 the Annual Meeting, Ass. Can-Fran Pour l'avancement des sciences, Ottawa, Ont. (nov 1, 1958.), 1117 - 1121
7. Harper, J L, In Symp. of the Soc. for experimental Biology, **Pub. Cambridge Univ. Press. (1961)**, 25
8. Harvey, R M, Nutrient removal using **Lemna minor**, *Jour. WPCF*, **45**, 9 (1973), 1928 - 1938
9. Hillman, W S, The Lemnaceae, or duckweeds *Bot. Rev.* **27** (1961), 221
10. Janovic, D, Some effects on the environment of the building of dams in East Africa. *IIème congres des Grands Barrages*, Vol 1, Madrid (1973), 68 - 65
11. Novick, A, y Szilard, L, *Prac. Nat. Acad. Sci. U.S.* **36** (1950), 708
12. Pieterse, A H, "Tropical abstracts", Dep. of Agr. Research Royal Tropical Institute, Amsterdam. Vol 29, No 2 (1974)
13. Robach, J, On the interaction of kinetin and phytochrome in **Lemna minor** growing in the dark. *Acta Bot. Neerl.* **20** (6) (1961), 636 - 645
14. Searsbrook, E, y D E Davis, "Effect of sewage on growth of fine vascular aquatic species", *Hyacinth Control Jour.*, **9**, **26** (1971)
15. Sculthorpe, C D "The Biology of Aquatic Vascular Plants", Edward Arnold Pub. Ltd. Londres (1967)
16. Williams, F M, "Population Growth and Regulation in Continuously Cultured Algae". PH. D. Thesis, Yale Univ (1965)
17. Williams, F M, Dynamics of Microbial Populations. In. B.C. Patten (ed) "Systems Analysis and Simulation in Ecology. Vol 1, **Academic, Press**, Nueva York y Londres (1971), 198 - 265